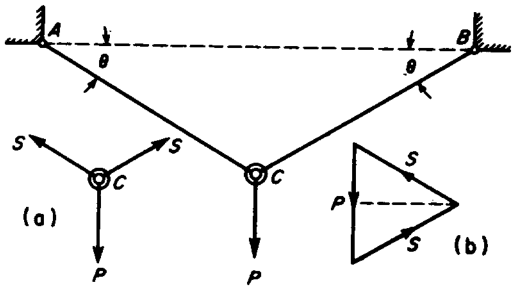
ingeniería
RURAL

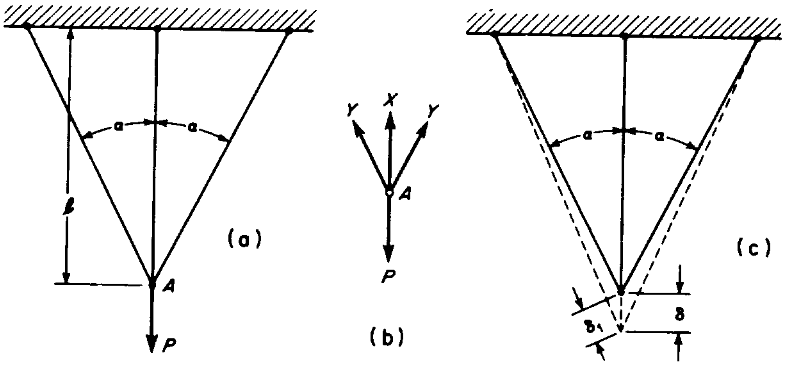
Tema 2: BASES PARA EL ESTUDIO DE LA FLEXION

- Estructuras isostáticas e hiperestáticas.
- Consideraciones preliminares: Tipos de vigas y de cargas.
- Esfuerzo cortante y momento flector.
- Relación entre esfuerzo cortante y momento flector.

ESTRUCTURAS ISOSTATICAS E HIPERESTATICAS



Estructura isostática o estáticamente determinada.



Estructura hiperestática o estáticamente indeterminada.

$$P = X + 2 \cdot Y \cdot \cos\alpha \qquad (1)$$

Teniendo en cuenta que las barras son realmente elásticas y se alargan bajo el esfuerzo de tracción, se tiene:

$$\delta_1 = \delta \cdot \cos\alpha \qquad (2)$$

Por la ley de Hooke:

$$\delta = \frac{X \cdot l}{A \cdot E}$$

$$\delta_1 = \frac{Y \cdot l_1}{A \cdot E}$$

como $\qquad l_1 = \dfrac{l}{\cos\alpha}$

$$\delta_1 = \frac{Y \cdot l}{A \cdot E \cdot \cos\alpha}$$

Introduciendo en (2) los valores de δ y δ_1

$$\frac{Y \cdot l}{A \cdot E \cdot \cos\alpha} = \frac{X \cdot l}{A \cdot E} \cdot \cos\alpha$$

Simplificando:

$$\frac{Y}{\cos\alpha} = X \cdot \cos\alpha$$

Por tanto,

$$Y = X \cdot \cos^2\alpha \qquad (3)$$

De las expresiones (1) y (3) se tiene:

$$P = X + 2 \cdot X \cdot \cos^3\alpha$$
$$P = X \cdot \left(1 + 2 \cdot \cos^3\alpha\right)$$

$$X = \frac{P}{1 + 2 \cdot \cos^3\alpha}$$

De (3) obtenemos el valor de Y:

$$Y = \frac{P \cdot \cos^2\alpha}{1 + 2 \cdot \cos^3\alpha}$$

Los alargamientos de las barras vertical e inclinadas son:

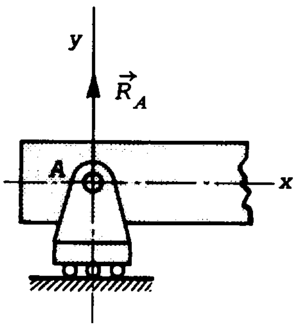
$$\delta = \frac{X \cdot l}{A \cdot E} = \frac{P \cdot l}{A \cdot E} \cdot \left(\frac{1}{1 + 2 \cdot \cos^3\alpha}\right)$$

$$\delta_1 = \frac{Y \cdot l_1}{A \cdot E} = \frac{P \cdot l}{A \cdot E} \cdot \left(\frac{\cos\alpha}{1 + 2 \cdot \cos^3\alpha}\right)$$

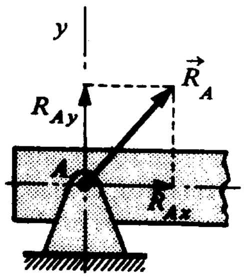
CONSIDERACIONES PRELIMINARES:
TIPOS DE VIGAS Y DE CARGAS.

VIGA: Pieza o barra estructural que sea *razonablemente larga* con respecto a sus dimensiones laterales cuando está *convenientemente soportada* y sometida a *fuerzas transversales* aplicadas de modo que *provocan la flexión* de la pieza en un *plano axial*.

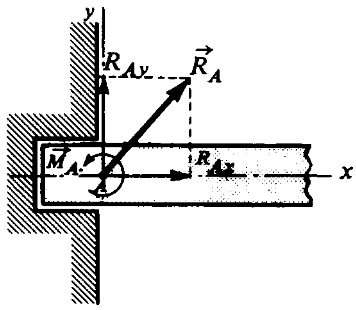
APOYOS



Articulación móvil

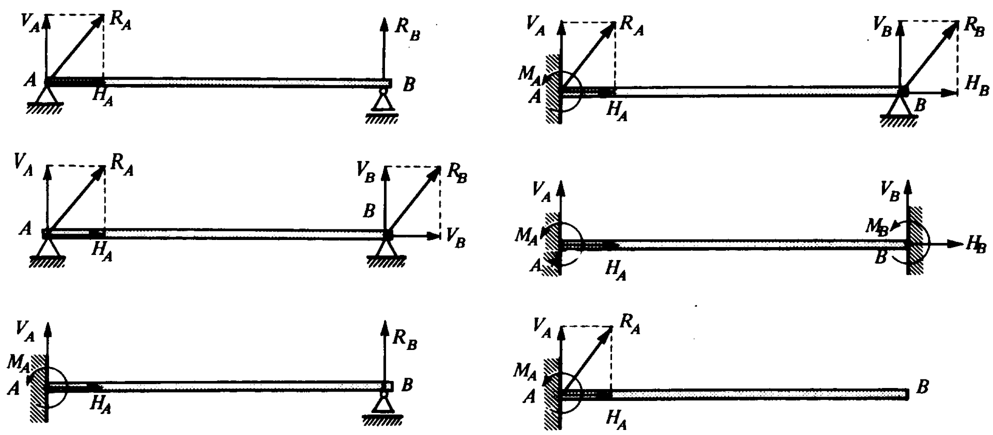


Articulación fija

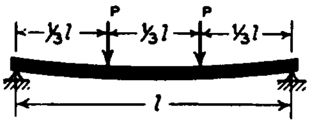


Empotramiento

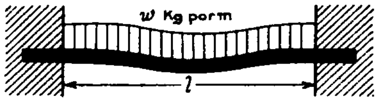
ANALISIS DE APOYOS Y VIGAS



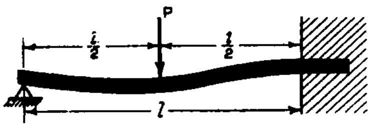
ALGUNOS TIPOS DE VIGAS Y DE CARGAS



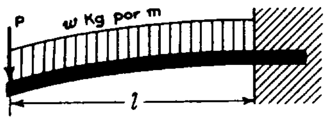
Viga simple o apoyada



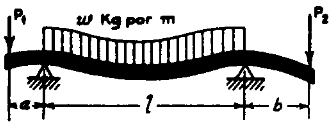
Viga empotrada en sus extremos



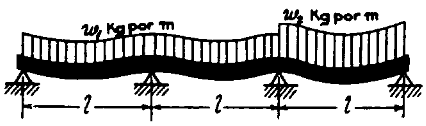
Viga empotrada en un extremo y apoyada en el otro



Viga en voladizo o en ménsula

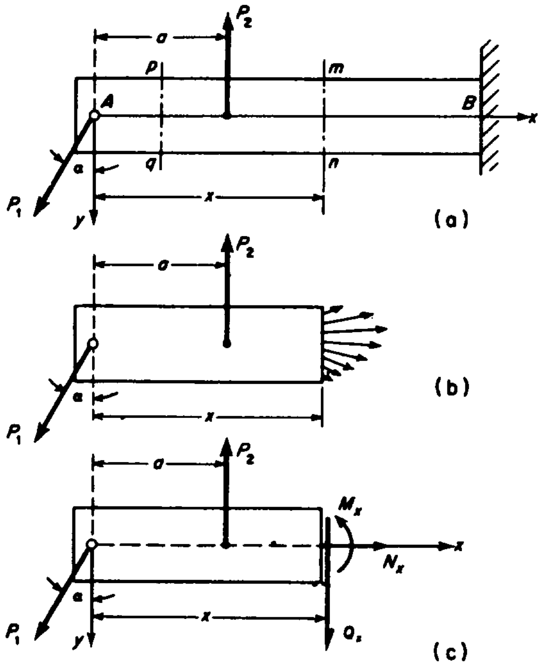


Viga de extremos en voladizo



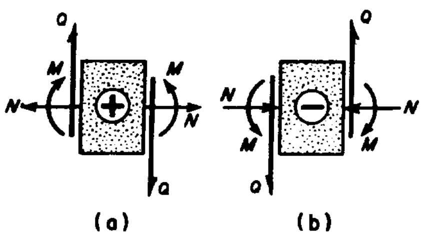
Viga continua

ESFUERZO NORMAL, CORTANTE Y MOMENTO FLECTOR



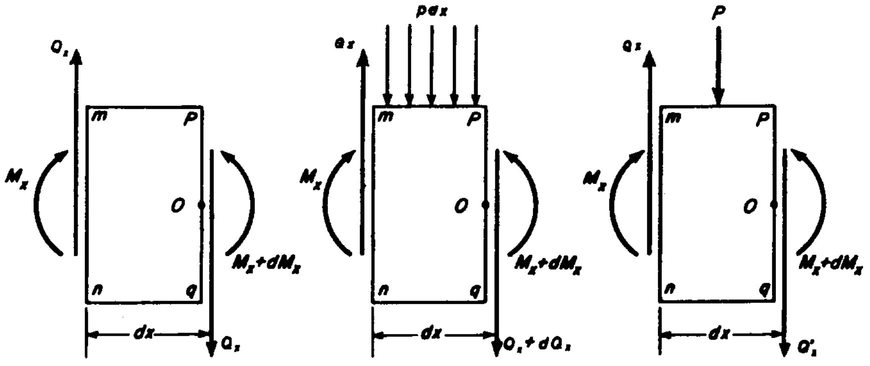
La resultante de tensiones en la sección mn se sustituye por:

N_x: Esfuerzo normal
Q_x: Esfuerzo cortante
M_x: Momento flector



Convenio de signos para N_x, Q_x y M_x.

RELACION ESFUERZO CORTANTE - MOMENTO FLECTOR



(a) (b) (c)

(a). $\sum M_O = 0$ $\qquad -M_x + (M_x + dM_x) - Q_x \cdot dx = 0$

$$Q_x = \frac{dM_x}{dx}$$

(b). $\sum M_O = 0$ $\qquad -M_x + (M_x + dM_x) - Q_x \cdot dx + p \cdot dx \cdot \frac{dx}{2} = 0$

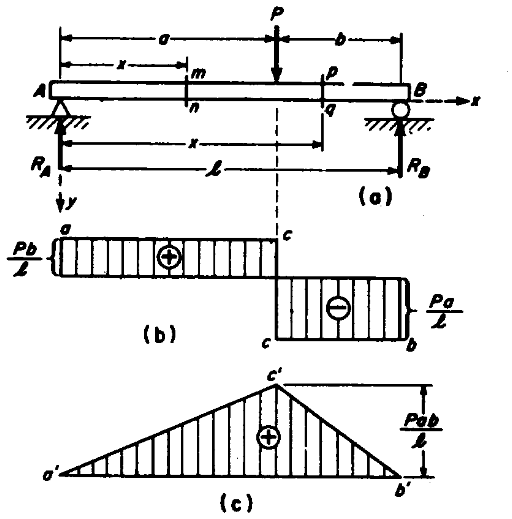
$$dM_x - Q_x \cdot dx = 0 \qquad\qquad Q_x = \frac{dM_x}{dx}$$

$\sum F_y = 0$ $\qquad Q_x - (Q_x + dQ_x) - p \cdot dx = 0$

$$\frac{dQ_x}{dx} = -p$$

(c). $\sum F_y = 0$ $\qquad Q_x^{'} = Q_x - P$

$\sum M_O = 0$ $\qquad \frac{dM_x}{dx} = Q_x - \frac{P}{2}$



1.- Cálculo de las reacciones

$\sum M_B = 0$ $\qquad R_A \cdot l - P \cdot b = 0$ $\qquad R_A = \dfrac{P \cdot b}{l}$

$\sum F_y = 0$ $\qquad P = R_A + R_B$ $\qquad R_B = P - R_A = \dfrac{P \cdot a}{l}$

2. Estudio del esfuerzo cortante y momento flector

- Sección mn (Para 0 < x < a)

$\sum F_y = 0$ $\qquad Q_x = R_A = \dfrac{P \cdot b}{l}$

$\sum M = 0$ $\qquad R_A \cdot x - M = 0$ $\qquad M = R_A \cdot x = \dfrac{P \cdot b}{l} \cdot x$

- Sección pq (Para a < x < l)

$\sum F_y = 0$ $\qquad R_A - P - Q_x = 0$

$$Q_x = R_A - P = \frac{P \cdot b}{l} - P = P \cdot \left(\frac{b}{l} - 1\right) = \frac{P}{l} \cdot (b - l) = -\frac{P \cdot a}{l} = -R_B$$

$\sum M = 0$ $\qquad R_A \cdot x - M - P \cdot (x - a) = 0$

$$M = R_A \cdot x - P \cdot (x - a) = \frac{P \cdot b}{l} \cdot x - P \cdot (x - a)$$