

# Muros de contención

## 1. INTRODUCCIÓN.

Los muros son elementos constructivos cuya principal misión es servir de contención, bien de un terreno natural, bien de un relleno artificial o de un elemento a almacenar. En los dos primeros casos el ejemplo típico es el de un muro de sostenimiento de tierras, mientras que un almacén granero es una muestra del tercero.

En las situaciones anteriores el muro trabaja fundamentalmente a flexión, siendo la compresión vertical debida a su peso propio generalmente despreciable.

En ocasiones los muros desempeñan la función de cimiento, al transmitir las presiones o cargas suministradas por los pilares o por los forjados que se apoyan en la coronación del muro. Esta situación es característica de los muros de sótano, muy desarrollada en la edificación actual.

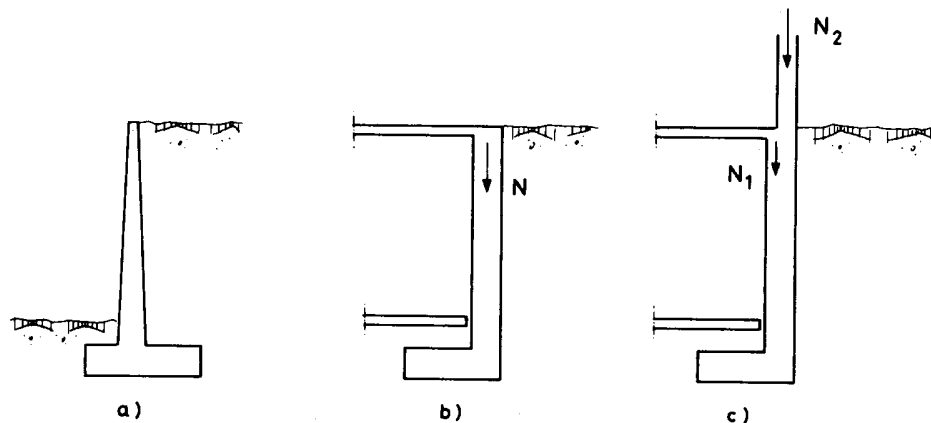


Figura 1. Tipos de muros.

Las formas de funcionamiento del muro de contención y del muro de sótano son diferentes. Mientras que el muro de contención se comporta básicamente como un voladizo empotrado en el cimiento, el cuerpo de un muro de sótano se comporta como una losa de uno o varios vanos. En este caso, está apoyado o anclado en el forjado (o forjados), y el rozamiento entre cimiento y suelo hace innecesaria la disposición de ningún apoyo adicional en el nivel de la cimentación.

## 2. DESIGNACIONES.

Tomando el caso más común de un muro de contención, emplearemos las designaciones que se indican en la figura 2.

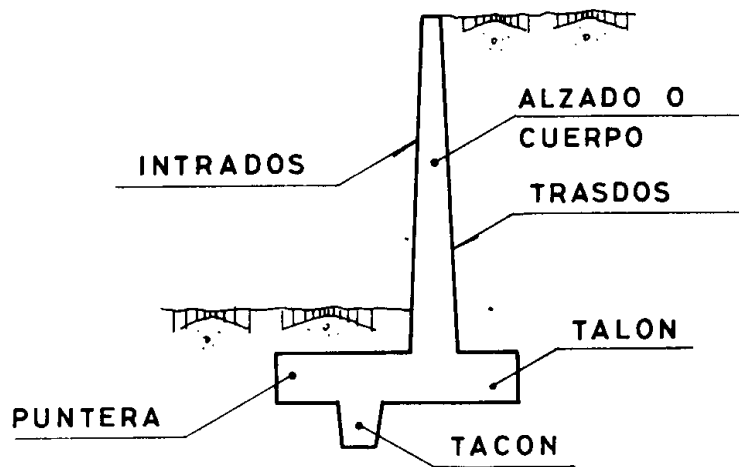


Figura 2. Designaciones empleadas en muros.

Un muro sin puntera es de uso poco frecuente en edificación.

Un muro sin talón se usa cuando el terreno del trasdós es de propiedad ajena. En este caso el muro, además de los inconvenientes técnicos que esta forma encierra, arrastra otros de tipo constructivo, ya que el terreno puede no estar drenado, la impermeabilización del trasdós no suele ser posible y, por tanto, la impermeabilidad del muro será difícil de garantizar y el empuje del terreno puede ser de difícil evaluación.

En cuanto al tacón, se prescindirá de él cuando no exista problema de deslizamiento.

### 3. TIPOLOGÍA DE MUROS DE CONTENCIÓN.

Los tipos de muros de contención de uso más frecuente son:

#### ✓ Muros de gravedad.

Son muros de hormigón en masa en los que la resistencia se consigue por su propio peso (figura 3 a). Normalmente carecen de cimiento diferenciado, aunque pueden tenerlo (figura 3 b).

Su ventaja fundamental es que no van armados, con lo cual no aparece en la obra el tajo de ferralla. Pueden ser interesantes para alturas moderadas si su longitud no es muy grande, pues en caso contrario representan una solución antieconómica frente a los muros de hormigón armado.

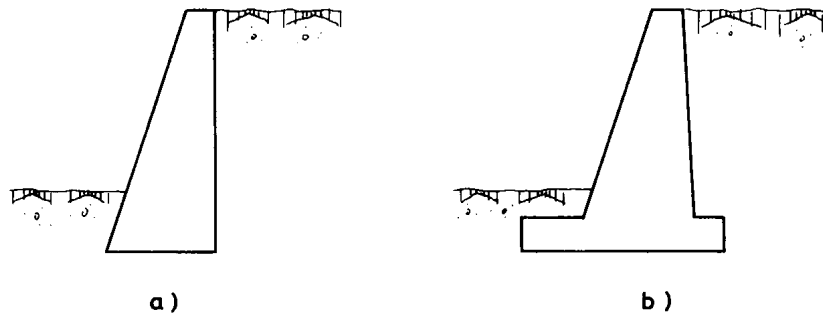


Figura 3. Muros de gravedad.

### ✓ Muros ménsula.

Son los muros de contención de uso más frecuente, y aunque su campo de aplicación depende de los costes de excavación, hormigón, acero, encofrado y relleno, se puede pensar que constituyen la solución más económica para muros de hasta 10 ó 12 m de altura.

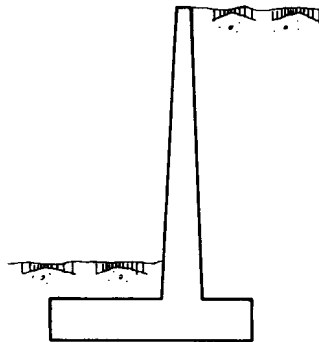


Figura 4. Muro ménsula.

### ✓ Muros de contrafuertes.

Representan una evolución del tipo anterior. Al crecer la altura, y por ende los espesores de hormigón, compensa aligerar las piezas con la solución de los contrafuertes, aunque conlleve un tajo de ferralla y encofrado más complicados y un hormigonado más difícil.

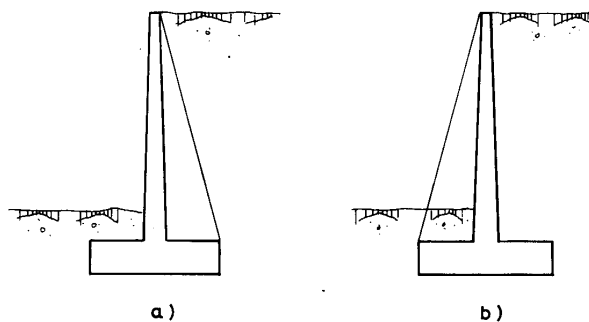


Figura 5. Muros de contrafuertes.

Los contrafuertes pueden disponerse en el trasdós (figura 5 a) o en el intradós (figura 5 b), aunque la primera solución es técnica y económicamente mejor por colocarse el alzado en la zona comprimida de la sección en T que se forma. La segunda solución, además, presenta un claro inconveniente estético.

### ✓ Muros de bandejas.

En los muros de bandejas se pretende contrarrestar parte del momento flector que se ha de resistir mediante la colocación de bandejas a distinta altura en las que se producen unos momentos de sentido contrario, debidos a la carga del propio relleno sobre las bandejas (figura 6).

Su inconveniente fundamental radica en la complejidad de su construcción. Puede representar una solución alternativa al muro de contrafuertes para grandes alturas, en los que para resistir el momento flector se aumenta el canto y se aligera la sección colocando los contrafuertes.

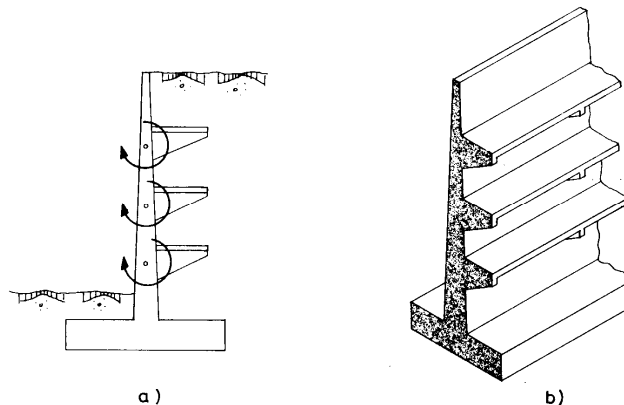


Figura 6. Muros de bandejas.

### ✓ Muros cribas y otros muros prefabricados.

El concepto de muro criba de piezas prefabricadas tiene su origen en muros análogos realizados con troncos de árboles. El sistema emplea piezas prefabricadas de hormigón de muy diversos tipos que forman una red espacial que se rellena con el propio suelo.

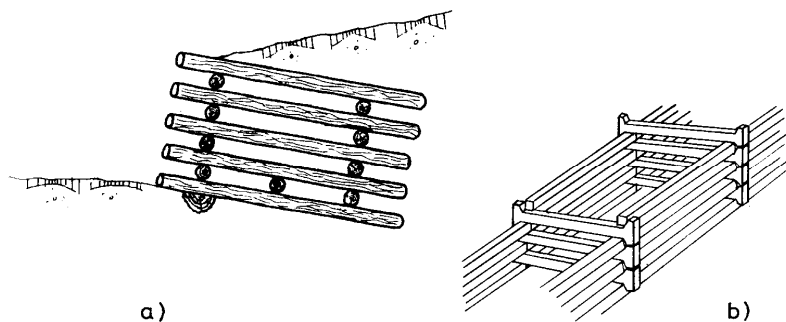


Figura 7. Muros cribas.

#### 4. TIPOLOGÍA DE MUROS DE SÓTANO.

El tipo más elemental está esquematizado en la figura 8. Aparte del peso propio, recibe como única carga vertical la reacción de apoyo del forjado de techo.

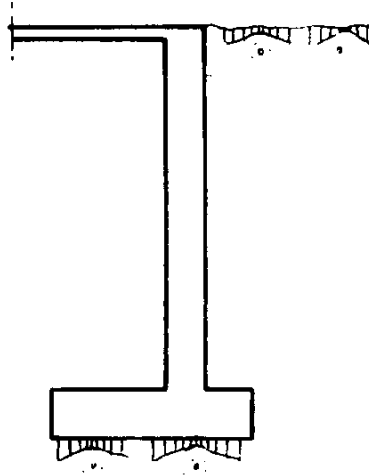


Figura 8. Muro de sótano sencillo.

Dentro de la tipología general, el caso más frecuente es que sobre el muro apoyen pilares que transmiten cargas de las plantas superiores, pudiendo existir además varios sótanos, tal y como se indica en la figura 9.

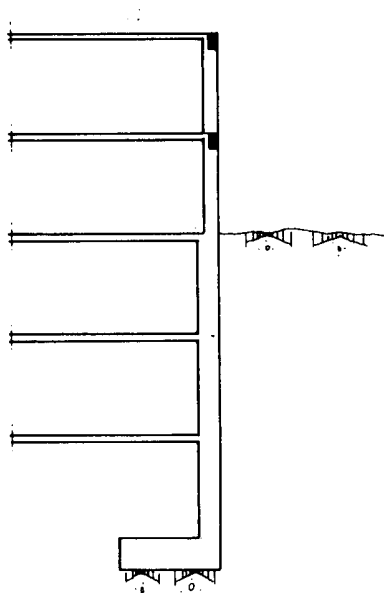


Figura 9. Muro de varios sótanos.

Dependiendo de que el terreno contenido sea o no de propiedad ajena y de la relación entre empujes y cargas verticales, el cimiento va o no centrado respecto al muro.

La ejecución de este tipo de muros puede ser con encofrados o mediante el procedimiento de muros pantalla.

## 5. TIPOS DE EMPUJE.

La presión del terreno sobre un muro está fuertemente condicionada por la deformabilidad del muro, entendiéndose por tal no sólo la deformación que el muro experimenta como pieza de hormigón, sino también la que produce en el muro la deformación del terreno de cimentación.

En la interacción entre el muro y el terreno sobre el que cimenta puede ocurrir que las deformaciones sean prácticamente nulas, diciéndose que la masa de suelo se encuentra en estado de reposo y se está en el caso de *empuje al reposo*. Algunos muros de gravedad y de sótano pueden encontrarse en ese caso.

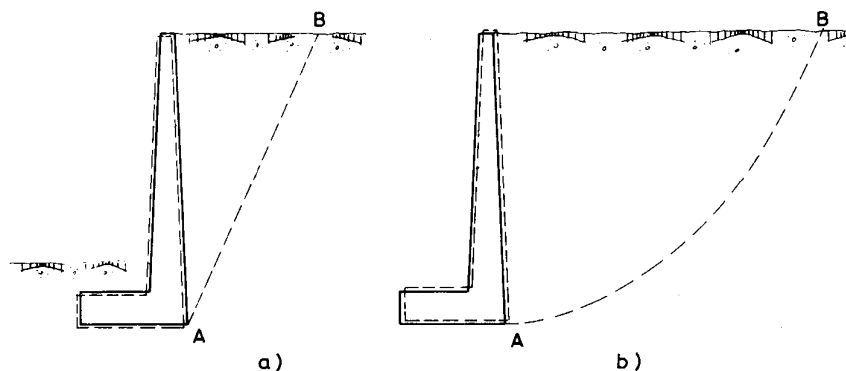


Figura 10. Empujes activo y pasivo.

Si el muro se desplaza, permitiendo la expansión lateral del suelo, se produce un fallo por corte del suelo, y la cuña de rotura avanza hacia el muro y desciende. El empuje se reduce desde el valor del empuje al reposo hasta el denominado valor de *empuje activo*, que es el mínimo valor posible del empuje (figura 10 a).

Por el contrario, si se aplican fuerzas al muro de forma que éste empuje al relleno, el fallo se produce mediante una cuña mucho más amplia, que experimenta un ascenso. Este valor recibe el nombre de *empuje pasivo* y es el mayor valor que puede alcanzar el empuje. Por tanto, el empuje al reposo es de valor intermedio entre el empuje activo y el empuje pasivo (figura 10 b).

## 6. CÁLCULO DEL EMPUJE ACTIVO.

Existen diversas teorías para la determinación del empuje activo, entre las que destacan las debidas a Coulomb y Rankine. En ambas teorías se establecen diversas hipótesis simplificadoras del problema, que conducen a cierto grado de error, pero producen valores de empuje que entran dentro de los márgenes de seguridad.

En el estado actual de conocimientos se pueden calcular los empujes del terreno con razonable precisión en el caso de suelo granulares. Para otros tipos de suelo la precisión es poco satisfactoria.

## 6.1. TEORÍA DE COULOMB.

Coulomb desarrolló su teoría para suelos granulares bien drenados en 1.773.

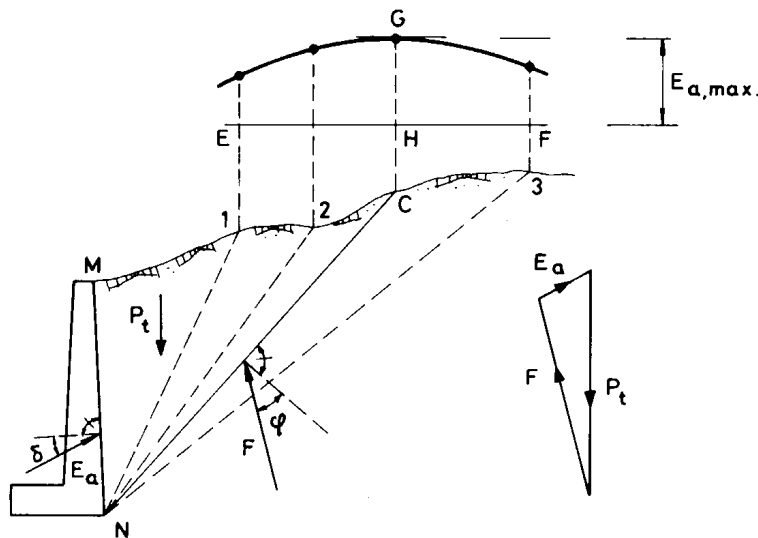


Figura 11. Teoría de Coulomb.

La teoría se basa en suponer que al moverse el muro bajo la acción del empuje, se produce el deslizamiento de una cuña de terreno MNC, limitada por el trasdós del muro MN, por un plano que pase por el pie del muro y por la superficie del terreno. Por tanto, se establece una primera hipótesis, que es suponer una superficie de deslizamiento plana, lo cual no es del todo cierto, aunque el error introducido sea pequeño.

El resto de los supuestos de partida se pueden sintetizar en los siguientes puntos:

- Considera la existencia de fricción entre el terreno y el muro.
- Supone que el terreno es un material granular, homogéneo e isotrópico y que el drenaje es lo suficientemente bueno como para no considerar presiones intersticiales en el terreno.
- De todos los posibles planos de deslizamiento, el que realmente se produce es el que conlleva un valor de empuje máximo.
- La falla es un problema bidimensional. Considera una longitud unitaria de un cuerpo infinitamente largo.

El problema consiste ahora en determinar el plano de deslizamiento crítico que produce un valor máximo del empuje. Para ello se elige un plano arbitrario que forme un ángulo  $\theta$  con la horizontal y se establece el equilibrio de la cuña MNC. Las fuerzas que intervienen son:

- Peso de la cuña MNC del terreno  $P_t$
- Reacción  $E_a$  del trasdós sobre el terreno, que formará un ángulo  $\delta$  con la normal al trasdós. Dicho ángulo será el de rozamiento entre muro y terreno.
- Reacción  $F$  de la masa de suelo sobre la cuña, que formará un ángulo  $\varphi$  con la normal a la línea de rotura NC. Dicho ángulo será el de rozamiento interno del terreno.

Como se conoce  $P_t$  en magnitud y dirección y  $E_a$  y  $F$  en dirección, se podrá calcular el valor de estas dos últimas fuerzas a través del polígono de fuerzas que forman.

El peso de la cuña de terreno MNC viene dado por:

$$P_t = \frac{\gamma \cdot H^2}{2 \cdot \text{sen}^2 \alpha} \cdot \text{sen}(\alpha + \theta) \cdot \frac{\text{sen}(\alpha + \beta)}{\text{sen}(\theta - \beta)} \quad [1]$$

Aplicando el teorema del seno al triángulo de fuerzas de la figura 11 se obtiene la relación:

$$\frac{E_a}{\text{sen}(\theta - \varphi)} = \frac{P_t}{\text{sen}(180 - \alpha - \theta + \varphi + \delta)}$$

Despejando  $E_a$  se obtiene:

$$E_a = \frac{P_t \cdot \text{sen}(\theta - \varphi)}{\text{sen}(180 - \alpha - \theta + \varphi + \delta)} \quad [2]$$

Combinando las expresiones [1] y [2] se tiene el valor del empuje activo:

$$E_a = \frac{\gamma \cdot H^2}{2 \cdot \text{sen}^2 \alpha} \cdot \text{sen}(\alpha + \theta) \cdot \frac{\text{sen}(\alpha + \beta)}{\text{sen}(\theta - \beta)} \cdot \frac{\text{sen}(\theta - \varphi)}{\text{sen}(180 - \alpha - \theta + \varphi + \delta)} \quad [3]$$

En esta ecuación se puede observar que el valor del empuje activo es función de  $\theta$ ,  $E_a = f(\theta)$ , ya que el resto de los términos son constantes y conocidos para una situación concreta.



Para obtener el valor del ángulo  $\theta$  que hace máximo el empuje activo, se deriva e iguala a cero la expresión [3], e introduciendo su valor en la ecuación se obtiene:

$$E_a = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot H^2 \cdot \frac{\text{sen}^2(\alpha + \varphi)}{\text{sen}^2 \alpha \cdot \text{sen}(\alpha - \delta) \cdot \left[ 1 + \sqrt{\frac{\text{sen}(\varphi + \delta) \cdot \text{sen}(\varphi - \beta)}{\text{sen}(\alpha - \delta) \cdot \text{sen}(\alpha + \beta)}} \right]^2} \quad [4]$$

Esta expresión se puede escribir de una manera más sencilla como

$$E_a = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot H^2 \cdot K_A \quad [5]$$

en la que  $K_A$  es el coeficiente de empuje activo, y viene dado por:

$$K_A = \frac{\text{sen}^2(\alpha + \varphi)}{\text{sen}^2 \alpha \cdot \text{sen}(\alpha - \delta) \cdot \left[ 1 + \sqrt{\frac{\text{sen}(\varphi + \delta) \cdot \text{sen}(\varphi - \beta)}{\text{sen}(\alpha - \delta) \cdot \text{sen}(\alpha + \beta)}} \right]^2} \quad [6]$$

La distribución del empuje activo a lo largo de la altura del muro se puede obtener derivando la ecuación [5] con respecto a H:

$$\frac{dE_a}{dH} = \gamma \cdot H \cdot K_A \quad [7]$$

Como se puede observar, la distribución es lineal, dando un diagrama triangular. El punto de aplicación del empuje activo será el centro de gravedad del diagrama de fuerzas, que en este caso estará situado a una profundidad  $z = \frac{2}{3} \cdot H$  desde la coronación del muro.

### ✓ Procedimiento gráfico.

Para un terreno de forma cualquiera, la mejor solución es el procedimiento gráfico. Suponiendo una línea de rotura recta, habrán de estar en equilibrio el peso  $P_t$  de la cuña de suelo comprendida entre el muro y la línea de rotura, la reacción  $E_a$  del muro contra el suelo, igual y de sentido contrario al empuje activo sobre el muro, y la reacción  $F$  del terreno sobre la cuña, que formará con la normal a la línea de rotura un ángulo igual al de rozamiento interno del terreno  $\varphi$ . Los valores de  $\varphi$ , a falta de ensayos directos, pueden obtenerse de la tabla 1, tomada de Calavera, que incluye además valores orientativos de las densidades secas de los distintos terrenos.

Clase de terreno	Densidad seca $\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	Angulo de rozamiento interno $\varphi$
Grava arenosa	20	35 – 45 °
Arena compacta	20	35 – 45 °
Arena suelta	17	30 – 35 °
Pedraplén	18	35 – 45 °

El método consiste en proceder por tanteos sucesivos. Elegido un punto 1 como posible origen de una cuña de deslizamiento, se calcula el peso  $P_t$  de la cuña, y en el polígono vectorial de la figura se trazan los vectores  $E_a$  y  $F$  correspondientes, ambos de direcciones conocidas. El valor de  $E_a$  se lleva a partir de un origen EF convencional. El cálculo se repite para varios puntos 1, 2, 3... Tres tanteos suelen ser suficientes para determinar el punto G correspondiente a la cuña de empuje máximo, que es el empuje activo. Con ello se tiene el punto C y la posición NC de la superficie de rotura de la cuña correspondiente.

La posición de la resultante de las presiones sobre el muro, es decir, el empuje activo, puede obtenerse con suficiente aproximación trazando por el centro de gravedad de la cuña MNC la paralela a NC hasta cortar el trasdós del muro.

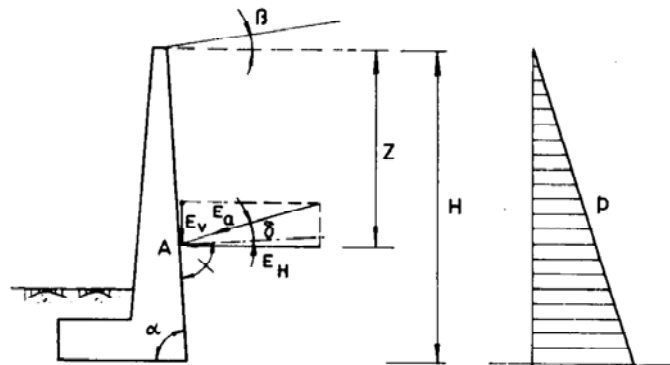


Figura 12. Presiones y empujes en el caso de un relleno limitado por una línea recta.

Los valores de las componentes horizontal y vertical de la presión en un punto del muro a profundidad  $z$  son:

$$\left. \begin{aligned} P_h &= \gamma \cdot z \cdot \lambda_h \\ P_v &= \gamma \cdot z \cdot \lambda_v \end{aligned} \right\} \quad [8]$$

donde  $\lambda_h$  y  $\lambda_v$  vienen dados por las expresiones:

$$\left. \begin{aligned} \lambda_h &= \frac{\text{sen}^2(\alpha + \varphi)}{\text{sen}^2 \alpha \cdot \left[ 1 + \sqrt{\frac{\text{sen}(\varphi + \delta) \cdot \text{sen}(\varphi - \beta)}{\text{sen}(\alpha - \delta) \cdot \text{sen}(\alpha + \beta)}} \right]^2} \\ \lambda_v &= \lambda_h \cdot \text{cotag}(\alpha - \delta) \end{aligned} \right\} \quad [9]$$

La tabla 2, tomada de la NBE AE-88, proporciona los coeficientes  $\lambda_h$  y  $\lambda_v$  para distintos valores de  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  y  $\varphi$ .

La presión total P viene dada por

$$P = \sqrt{P_h^2 + P_v^2} = \gamma \cdot z \cdot \sqrt{\lambda_h^2 + \lambda_v^2} = \gamma \cdot z \cdot \lambda \quad [10]$$

que forma un ángulo  $\delta$  con la normal al trasdós.

Las componentes horizontal y vertical del empuje total, por unidad de longitud de muro, vienen dadas por las expresiones:

$$\left. \begin{aligned} E_h &= \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot H^2 \cdot \lambda_h \\ E_v &= \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot H^2 \cdot \lambda_v \end{aligned} \right\} \quad [11]$$

El punto de aplicación del empuje total  $E_a = \sqrt{E_h^2 + E_v^2}$  está situado a una profundidad  $y = \frac{2}{3} \cdot H$  desde la coronación del muro.

Para el caso particular de superficie de terreno horizontal ( $\beta = 0$ ), ángulo  $\delta = 0$  y trasdós del muro vertical ( $\alpha = 90^\circ$ ), las expresiones [9] se transforman en:

$$\lambda_h = \frac{1 - \text{sen} \varphi}{1 + \text{sen} \varphi} \quad [12]$$

siendo  $\lambda_v = 0$ .

**TABLA 2**  
**Coefficientes de empuje activo**

$\varphi$	$\delta$	$\beta$	Coef. de empuje activo horizontal $\lambda_H$						Coef. de empuje activo vertical $\lambda_V$					
			La inclinación del muro es $b/h = \cotg \alpha$						La inclinación del muro es $b/h = \cotg \alpha$					
			0.8	0.6	0.4	0.2	0	-0.2	0.8	0.6	0.4	0.2	0	-0.2
<b>20°</b>	0	0	0.71	0.67	0.62	0.56	0.49	0.42	0.57	0.40	0.25	0.11	0.00	-0.08
		5	0.78	0.73	0.67	0.60	0.52	0.44	0.62	0.44	0.27	0.12	0.00	-0.09
		10	0.88	0.81	0.74	0.65	0.57	0.48	0.70	0.49	0.29	0.13	0.00	-0.10
		15	1.01	0.92	0.83	0.74	0.64	0.54	0.81	0.55	0.33	0.15	0.00	-0.11
		20	1.47	1.31	1.16	1.02	0.88	0.76	1.18	0.79	0.46	0.20	0.00	-0.15
	$\varphi / 3 =$	0	0.63	0.60	0.56	0.51	0.45	0.39	0.64	0.46	0.28	0.16	0.05	-0.03
		5	0.70	0.66	0.62	0.56	0.48	0.42	0.71	0.51	0.31	0.18	0.06	-0.03
		10	0.80	0.75	0.68	0.61	0.54	0.46	0.81	0.58	0.34	0.20	0.06	-0.04
		15	0.95	0.87	0.79	0.70	0.61	0.52	0.96	0.67	0.39	0.23	0.07	-0.04
		20	1.47	1.21	1.16	1.02	0.88	0.76	1.49	1.01	0.58	0.33	0.10	-0.06
	$2 \cdot \varphi / 3 =$	0	0.56	0.54	0.52	0.48	0.42	0.37	0.72	0.53	0.36	0.22	0.10	0.01
		5	0.63	0.61	0.57	0.52	0.46	0.40	0.81	0.60	0.40	0.24	0.11	0.01
		10	0.73	0.69	0.64	0.58	0.51	0.44	0.93	0.67	0.45	0.27	0.12	0.02
		15	0.88	0.82	0.75	0.67	0.59	0.50	1.13	0.81	0.53	0.31	0.14	0.02
		20	1.47	1.31	1.16	1.02	0.88	0.76	1.88	1.28	0.82	0.47	0.21	0.03
	20	0	0.49	0.49	0.47	0.44	0.40	0.35	0.80	0.60	0.42	0.27	0.15	0.05
		5	0.56	0.55	0.53	0.48	0.44	0.38	0.92	0.69	0.47	0.29	0.16	0.06
		10	0.66	0.64	0.60	0.55	0.49	0.42	1.08	0.78	0.54	0.33	0.18	0.06
		15	0.82	0.77	0.71	0.64	0.57	0.48	1.35	1.01	0.69	0.39	0.21	0.07
		20	1.47	1.31	1.16	1.02	0.88	0.76	2.42	1.62	1.04	0.60	0.32	0.12

$\varphi$  Angulo de rozamiento interno del elemento contenido.  
 $\delta$  Angulo de rozamiento entre elemento contenido y muro.  
 $\beta$  Angulo del talud natural del elemento contenido.

**TABLA 2 (Continuación)**  
**Coefficientes de empuje activo**

$\varphi$	$\delta$	$\beta$	Coef. de empuje activo horizontal $\lambda_H$						Coef. de empuje activo vertical $\lambda_V$					
			La inclinación del muro es $b/h=\cotg \alpha$						La inclinación del muro es $b/h=\cotg \alpha$					
			0.8	0.6	0.4	0.2	0	-0.2	0.8	0.6	0.4	0.2	0	-0.2
25°	0	0	0.65	0.60	0.55	0.48	0.41	0.33	0.52	0.36	0.22	0.10	0.00	-0.07
		10	0.79	0.72	0.64	0.55	0.46	0.37	0.63	0.43	0.26	0.11	0.00	-0.07
		15	0.89	0.80	0.70	0.60	0.50	0.41	0.71	0.48	0.28	0.12	0.00	-0.08
		20	1.03	0.92	0.80	0.69	0.57	0.46	0.82	0.55	0.32	0.14	0.00	-0.09
		25	1.55	1.35	1.16	0.98	0.82	0.68	1.24	0.81	0.46	0.20	0.00	-0.14
	$\varphi / 3=$	0	0.56	0.53	0.49	0.44	0.37	0.30	0.60	0.43	0.28	0.16	0.05	-0.02
		10	0.70	0.65	0.58	0.51	0.43	0.34	0.75	0.53	0.34	0.18	0.06	-0.02
		15	0.80	0.73	0.65	0.56	0.47	0.38	0.86	0.60	0.38	0.20	0.07	-0.02
		20	0.96	0.86	0.76	0.65	0.55	0.44	1.03	0.70	0.44	0.23	0.08	-0.02
		25	1.55	1.35	1.16	0.98	0.82	0.68	1.66	1.10	0.67	0.35	0.12	-0.03
	8°20'	0	0.48	0.47	0.44	0.40	0.35	0.29	0.69	0.51	0.35	0.21	0.10	0.03
		10	0.61	0.58	0.53	0.47	0.40	0.33	0.88	0.64	0.42	0.25	0.12	0.03
		15	0.72	0.67	0.60	0.53	0.45	0.37	1.04	0.73	0.48	0.28	0.14	0.03
		20	0.88	0.80	0.71	0.62	0.52	0.42	1.27	0.88	0.56	0.33	0.16	0.04
		25	1.55	1.35	1.16	0.98	0.82	0.68	2.24	1.47	0.92	0.52	0.25	0.06
	16°40'	0	0.40	0.41	0.39	0.37	0.32	0.27	0.81	0.60	0.42	0.27	0.15	0.07
		10	0.53	0.52	0.48	0.44	0.38	0.31	1.07	0.77	0.51	0.32	0.18	0.07
		15	0.63	0.60	0.56	0.50	0.43	0.35	1.27	0.89	0.60	0.37	0.20	0.08
		20	0.79	0.74	0.67	0.59	0.50	0.41	1.60	1.10	0.71	0.43	0.23	0.10
		25	1.55	1.35	1.16	0.98	0.82	0.68	3.13	1.99	1.23	0.72	0.38	0.17
30°	0	0	0.60	0.54	0.48	0.41	0.33	0.26	0.48	0.33	0.19	0.08	0.00	-0.05
		10	0.71	0.64	0.55	0.46	0.37	0.28	0.57	0.38	0.22	0.09	0.00	-0.06
		20	0.89	0.78	0.67	0.55	0.44	0.33	0.71	0.47	0.27	0.11	0.00	-0.07
		25	1.04	0.90	0.77	0.63	0.50	0.38	0.83	0.54	0.31	0.13	0.00	-0.08
		30	1.60	1.36	1.14	0.93	0.75	0.59	1.28	0.82	0.45	0.19	0.00	-0.12
	$\varphi / 3=$	0	0.50	0.47	0.42	0.37	0.30	0.24	0.57	0.41	0.26	0.14	0.05	-0.01
		10	0.61	0.56	0.50	0.42	0.34	0.27	0.69	0.49	0.31	0.16	0.06	-0.01
		20	0.79	0.71	0.61	0.51	0.41	0.32	0.90	0.62	0.38	0.20	0.07	-0.01
		25	0.95	0.84	0.72	0.60	0.48	0.37	1.08	0.73	0.45	0.23	0.08	-0.01
		30	1.60	1.36	1.14	0.93	0.75	0.59	0.82	1.18	0.71	0.36	0.13	-0.01
	10°	0	0.41	0.40	0.37	0.33	0.28	0.22	0.68	0.49	0.33	0.20	0.10	0.03
		10	0.52	0.49	0.44	0.39	0.32	0.25	0.85	0.60	0.39	0.24	0.12	0.04
		20	0.69	0.63	0.56	0.48	0.39	0.30	1.13	0.78	0.50	0.29	0.14	0.05
		25	0.86	0.77	0.67	0.57	0.46	0.35	1.41	0.96	0.60	0.35	0.17	0.05
		30	1.60	1.36	1.14	0.93	0.75	0.59	2.63	1.68	1.02	0.57	0.27	0.09
	20°	0	0.32	0.33	0.33	0.30	0.26	0.21	0.82	0.60	0.41	0.26	0.15	0.07
		10	0.42	0.42	0.39	0.35	0.30	0.24	1.07	0.76	0.50	0.31	0.17	0.08
		20	0.58	0.56	0.51	0.44	0.37	0.29	1.48	1.01	0.65	0.39	0.21	0.10
		25	0.75	0.70	0.62	0.53	0.44	0.34	1.92	1.26	0.79	0.47	0.25	0.12
		30	1.60	1.36	1.14	0.93	0.75	0.59	4.10	2.45	1.44	0.82	0.43	0.20
30	0	0.32	0.33	0.33	0.30	0.26	0.21	0.82	0.60	0.41	0.26	0.15	0.07	
	10	0.42	0.42	0.39	0.35	0.30	0.24	1.07	0.76	0.50	0.31	0.17	0.08	
	20	0.58	0.56	0.51	0.44	0.37	0.29	1.48	1.01	0.65	0.39	0.21	0.10	
	25	0.75	0.70	0.62	0.53	0.44	0.34	1.92	1.26	0.79	0.47	0.25	0.12	
	30	1.60	1.36	1.14	0.93	0.75	0.59	4.10	2.45	1.44	0.82	0.43	0.20	

$\varphi$  Angulo de rozamiento interno del elemento contenido.  
 $\delta$  Angulo de rozamiento entre elemento contenido y muro.  
 $\beta$  Angulo del talud natural del elemento contenido.

**TABLA 2 (Continuación)**  
**Coefficientes de empuje activo**

$\varphi$	$\delta$	$\beta$	Coef. de empuje activo horizontal $\lambda_H$					Coef. de empuje activo vertical $\lambda_V$						
			La inclinación del muro es $b/h = \cotg \alpha$											
			0.8	0.6	0.4	0.2	0	-0.2	0.8	0.6	0.4	0.2	0	-0.2
35°	0	0	0.54	0.49	0.42	0.35	0.27	0.20	0.43	0.29	0.17	0.07	0.00	-0.04
		15	0.70	0.61	0.51	0.42	0.32	0.23	0.56	0.37	0.20	0.08	0.00	-0.05
		25	0.88	0.75	0.62	0.50	0.38	0.27	0.70	0.45	0.25	0.10	0.00	-0.05
		30	1.04	0.88	0.72	0.57	0.44	0.31	0.83	0.53	0.29	0.11	0.00	-0.06
		35	1.63	1.35	1.10	0.87	0.67	0.50	1.31	0.81	0.44	0.17	0.00	-0.10
	$\varphi / 3 =$	0	0.44	0.41	0.37	0.31	0.25	0.18	0.53	0.38	0.24	0.13	0.05	0.00
		15	0.60	0.53	0.46	0.38	0.29	0.21	0.72	0.49	0.30	0.16	0.06	0.00
		25	0.77	0.67	0.57	0.46	0.35	0.25	0.93	0.62	0.38	0.19	0.07	0.00
		30	0.94	0.81	0.67	0.54	0.41	0.30	1.13	0.75	0.44	0.23	0.08	0.00
		35	1.63	1.35	1.10	0.87	0.67	0.50	1.96	1.24	0.73	0.37	0.14	0.00
	11°40'	0	0.44	0.41	0.37	0.31	0.25	0.18	0.53	0.38	0.24	0.13	0.05	0.00
		15	0.60	0.53	0.46	0.38	0.29	0.21	0.72	0.49	0.30	0.16	0.06	0.00
		25	0.77	0.67	0.57	0.46	0.35	0.25	0.93	0.62	0.38	0.19	0.07	0.00
		30	0.94	0.81	0.67	0.54	0.41	0.30	1.13	0.75	0.44	0.23	0.08	0.00
		35	1.63	1.35	1.10	0.87	0.67	0.50	1.96	1.24	0.73	0.37	0.14	0.00
	2· $\varphi / 3 =$	0	0.35	0.34	0.32	0.28	0.22	0.17	0.81	0.47	0.32	0.19	0.10	0.04
		15	0.49	0.46	0.41	0.34	0.27	0.20	0.92	0.64	0.41	0.23	0.12	0.04
		25	0.66	0.60	0.52	0.43	0.33	0.24	1.24	0.83	0.52	0.30	0.14	0.05
		30	0.83	0.73	0.62	0.51	0.39	0.29	1.56	1.02	0.62	0.35	0.17	0.06
		35	1.63	1.35	1.10	0.87	0.67	0.50	3.07	1.88	1.10	0.60	0.29	0.11
23°20'	0	0.25	0.27	0.27	0.24	0.21	0.16	0.85	0.60	0.41	0.26	0.14	0.07	
	15	0.36	0.37	0.35	0.31	0.25	0.19	1.23	0.83	0.53	0.30	0.17	0.08	
	25	0.52	0.51	0.46	0.39	0.31	0.23	1.77	1.14	0.70	0.37	0.22	0.10	
	30	0.69	0.64	0.57	0.48	0.37	0.27	2.35	1.43	0.87	0.46	0.26	0.12	
	35	1.63	1.35	1.10	0.87	0.67	0.50	5.57	3.03	1.68	0.91	0.47	0.22	
40°	0	0	0.49	0.44	0.37	0.29	0.22	0.15	0.39	0.26	0.15	0.06	0.00	-0.03
		15	0.63	0.53	0.44	0.34	0.25	0.17	0.50	0.32	0.18	0.07	0.00	-0.03
		25	0.76	0.64	0.52	0.40	0.29	0.19	0.61	0.38	0.21	0.08	0.00	-0.04
		35	1.02	0.84	0.67	0.51	0.37	0.24	0.82	0.50	0.27	0.10	0.00	-0.05
		40	1.64	1.32	1.05	0.80	0.59	0.41	1.31	0.79	0.42	0.16	0.00	-0.08
	$\varphi / 3 =$	0	0.40	0.36	0.31	0.26	0.20	0.14	0.51	0.35	0.22	0.12	0.05	0.00
		15	0.52	0.46	0.39	0.31	0.23	0.16	0.66	0.45	0.27	0.14	0.05	0.01
		25	0.65	0.56	0.46	0.36	0.27	0.18	0.83	0.55	0.32	0.16	0.06	0.01
		35	0.92	0.77	0.62	0.48	0.35	0.23	1.18	0.76	0.44	0.22	0.08	0.01
		40	1.64	1.32	1.05	0.80	0.59	0.41	2.10	1.30	0.74	0.37	0.14	0.01
	13°20'	0	0.40	0.36	0.31	0.26	0.20	0.14	0.51	0.35	0.22	0.12	0.05	0.00
		15	0.52	0.46	0.39	0.31	0.23	0.16	0.66	0.45	0.27	0.14	0.05	0.01
		25	0.65	0.56	0.46	0.36	0.27	0.18	0.83	0.55	0.32	0.16	0.06	0.01
		35	0.92	0.77	0.62	0.48	0.35	0.23	1.18	0.76	0.44	0.22	0.08	0.01
		40	1.64	1.32	1.05	0.80	0.59	0.41	2.10	1.30	0.74	0.37	0.14	0.01
	2· $\varphi / 3 =$	0	0.30	0.29	0.27	0.23	0.18	0.13	0.65	0.46	0.30	0.18	0.09	0.04
		15	0.41	0.38	0.33	0.28	0.21	0.15	0.89	0.60	0.37	0.22	0.10	0.04
		25	0.52	0.48	0.41	0.33	0.25	0.17	1.13	0.76	0.46	0.26	0.12	0.05
		35	0.79	0.69	0.58	0.45	0.33	0.22	1.72	1.09	0.65	0.35	0.17	0.06
		40	1.64	1.32	1.05	0.80	0.59	0.41	3.57	2.08	1.19	0.62	0.30	0.11
26°40'	0	0.18	0.21	0.22	0.20	0.16	0.12	0.89	0.61	0.40	0.25	0.14	0.07	
	15	0.26	0.29	0.28	0.24	0.19	0.14	1.30	0.84	0.52	0.30	0.16	0.08	
	25	0.35	0.37	0.35	0.29	0.23	0.16	1.74	1.07	0.65	0.36	0.19	0.09	
	35	0.59	0.58	0.51	0.42	0.31	0.21	2.94	1.68	0.95	0.52	0.26	0.11	
	40	1.64	1.32	1.05	0.80	0.59	0.41	8.17	3.83	1.95	1.00	0.49	0.22	
40	0	0.18	0.21	0.22	0.20	0.16	0.12	0.89	0.61	0.40	0.25	0.14	0.07	
	15	0.26	0.29	0.28	0.24	0.19	0.14	1.30	0.84	0.52	0.30	0.16	0.08	
	25	0.35	0.37	0.35	0.29	0.23	0.16	1.74	1.07	0.65	0.36	0.19	0.09	
	35	0.59	0.58	0.51	0.42	0.31	0.21	2.94	1.68	0.95	0.52	0.26	0.11	
	40	1.64	1.32	1.05	0.80	0.59	0.41	8.17	3.83	1.95	1.00	0.49	0.22	

$\varphi$  Angulo de rozamiento interno del elemento contenido.  
 $\delta$  Angulo de rozamiento entre elemento contenido y muro.  
 $\beta$  Angulo del talud natural del elemento contenido.

**TABLA 2 (Continuación)**  
**Coefficientes de empuje activo**

$\varphi$	$\delta$	$\beta$	Coef. de empuje activo horizontal $\lambda_H$						Coef. de empuje activo vertical $\lambda_V$					
			La inclinación del muro es $b/h = \cotg \alpha$						La inclinación del muro es $b/h = \cotg \alpha$					
			0.8	0.6	0.4	0.2	0	-0.2	0.8	0.6	0.4	0.2	0	-0.2
45°	0	0	0.45	0.38	0.32	0.24	0.17	0.11	0.36	0.23	0.13	0.05	0.00	-0.02
		15	0.56	0.47	0.37	0.28	0.19	0.12	0.45	0.28	0.15	0.06	0.00	-0.02
		30	0.73	0.60	0.47	0.34	0.23	0.14	0.58	0.36	0.19	0.07	0.00	-0.03
		40	0.99	0.79	0.61	0.45	0.30	0.18	0.79	0.47	0.24	0.09	0.00	-0.04
		45	1.62	1.28	0.98	0.72	0.50	0.32	1.30	0.77	0.39	0.14	0.00	-0.06
	$\varphi/3=$	0	0.35	0.32	0.27	0.21	0.14	0.10	0.48	0.33	0.20	0.10	0.04	0.01
		15	0.45	0.39	0.32	0.25	0.18	0.11	0.61	0.40	0.24	0.12	0.05	0.01
		30	0.55	0.52	0.42	0.31	0.22	0.13	0.75	0.54	0.31	0.15	0.06	0.01
		40	0.88	0.72	0.57	0.42	0.29	0.17	1.20	0.74	0.43	0.21	0.08	0.01
		45	1.62	1.28	0.98	0.72	0.50	0.32	2.20	1.32	0.73	0.36	0.13	0.02
	15°	0	0.25	0.25	0.22	0.19	0.14	0.09	0.64	0.44	0.28	0.16	0.08	0.03
		15	0.33	0.31	0.27	0.22	0.16	0.10	0.84	0.56	0.34	0.19	0.09	0.03
		30	0.48	0.43	0.36	0.28	0.20	0.13	1.23	0.77	0.46	0.25	0.11	0.04
		40	0.74	0.64	0.52	0.39	0.27	0.17	1.89	1.15	0.66	0.34	0.16	0.06
		45	1.62	1.28	0.98	0.72	0.50	0.32	4.15	2.31	1.25	0.63	0.29	0.11
	30°	0	0.11	0.16	0.17	0.16	0.13	0.09	0.97	0.63	0.40	0.24	0.13	0.06
		15	0.16	0.21	0.22	0.19	0.15	0.10	1.44	0.84	0.51	0.28	0.15	0.07
		30	0.25	0.31	0.30	0.25	0.18	0.12	2.25	1.24	0.70	0.37	0.18	0.08
		40	0.45	0.50	0.45	0.35	0.25	0.16	4.05	2.00	1.05	0.52	0.25	0.11
		45	1.62	1.28	0.98	0.72	0.50	0.32	14.6	5.12	2.29	1.08	0.50	0.21
45	0	0.11	0.16	0.17	0.16	0.13	0.09	0.97	0.63	0.40	0.24	0.13	0.06	
	15	0.16	0.21	0.22	0.19	0.15	0.10	1.44	0.84	0.51	0.28	0.15	0.07	
	30	0.25	0.31	0.30	0.25	0.18	0.12	2.25	1.24	0.70	0.37	0.18	0.08	
	40	0.45	0.50	0.45	0.35	0.25	0.16	4.05	2.00	1.05	0.52	0.25	0.11	
	45	1.62	1.28	0.98	0.72	0.50	0.32	14.6	5.12	2.29	1.08	0.50	0.21	

$\varphi$  Angulo de rozamiento interno del elemento contenido.  
 $\delta$  Angulo de rozamiento entre elemento contenido y muro.  
 $\beta$  Angulo del talud natural del elemento contenido.

## 6.2. TEORÍA DE RANKINE.

La teoría de Rankine para el cálculo de empujes en terrenos granulares se basa en las hipótesis de que el terreno presenta superficie libre plana y está en el llamado *estado Rankine*, en el cual presenta dos series de superficies planas de rotura, formando ángulos de  $45 \pm \frac{\varphi}{2}$  con la horizontal.

Para el caso particular de trasdós vertical, las componentes  $P_h$  y  $P_v$  de la presión a profundidad  $z$  vienen dadas por las expresiones:

$$\left. \begin{aligned} P_h &= \gamma \cdot z \cdot \lambda'_h \\ P_v &= \gamma \cdot z \cdot \lambda'_v \end{aligned} \right\} \quad [13]$$

siendo

$$\left. \begin{aligned} \lambda'_h &= \cos^2 \beta \cdot \frac{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \varphi}}{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \varphi}} \\ \lambda'_v &= \operatorname{sen} \beta \cdot \cos \beta \cdot \frac{\cos \beta - \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \varphi}}{\cos \beta + \sqrt{\cos^2 \beta - \cos^2 \varphi}} \end{aligned} \right\} \quad [14]$$

El empuje varía linealmente con la profundidad y sus valores vienen dados por:

$$\left. \begin{aligned} E_h &= \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot H^2 \cdot \lambda'_h \\ E_v &= \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot H^2 \cdot \lambda'_v \end{aligned} \right\} \quad [15]$$

estando su resultante a una profundidad de  $\frac{2}{3} \cdot H$  desde la coronación del muro.

Obsérvese que si además de  $\alpha = 90^\circ$  (trasdós vertical) se supone  $\beta = \delta$ , las expresiones [9] se transforman en las [14]. Si además  $\beta = \delta = 0$ , se tiene:

$$\lambda'_h = \frac{1 - \operatorname{sen} \varphi}{1 + \operatorname{sen} \varphi} \quad [16]$$

y  $\lambda'_v = 0$ .

Es decir, que la teoría de Coulomb para trasdós vertical y superficie de terreno de ángulo  $\beta$  igual al de rozamiento del terreno con el muro  $\delta$ , conduce al mismo valor del empuje que la de Rankine ( $\alpha = 90^\circ$  y  $\beta = \delta$ ). Ambas teorías coinciden en el caso particular de que el talud del relleno sea horizontal y el ángulo de rozamiento terreno – muro sea cero ( $\alpha = 90^\circ$  y  $\beta = \delta = 0$ ).

Tal y como se aprecia en las fórmulas de cálculo de los empujes, el ángulo de rozamiento entre el terreno y el muro,  $\delta$ , es uno de los parámetros que deben tenerse en cuenta en el cálculo de los empujes, pero su determinación experimental no es fácil. Por esta razón, el DB SE-C sugiere que se estime su valor en función del ángulo de rozamiento interno efectivo del terreno,  $\varphi$ , siguiendo las siguientes recomendaciones:



- Empuje activo y muro rugoso:  $\delta < \frac{2 \cdot \varphi}{3}$
- Empuje activo y muro poco rugoso:  $\delta < \frac{\varphi}{3}$
- Empuje activo y muro liso:  $\delta = 0$
- Empuje pasivo:  $\delta < \frac{\varphi}{3}$

### 6.3. CASO DE EXISTENCIA DE CARGAS SOBRE EL TERRENO.

En edificación y obras públicas es frecuente que se den situaciones diversas, algunas de las cuales se estudian a continuación.

#### 6.3.1. Carga uniformemente repartida.

Se supone indefinida en el sentido del muro y de valor  $q$  por unidad de longitud de talud tal y como se indica en la figura 13. Considerando la cuña de terreno MNC, aplicamos el método de Coulomb.

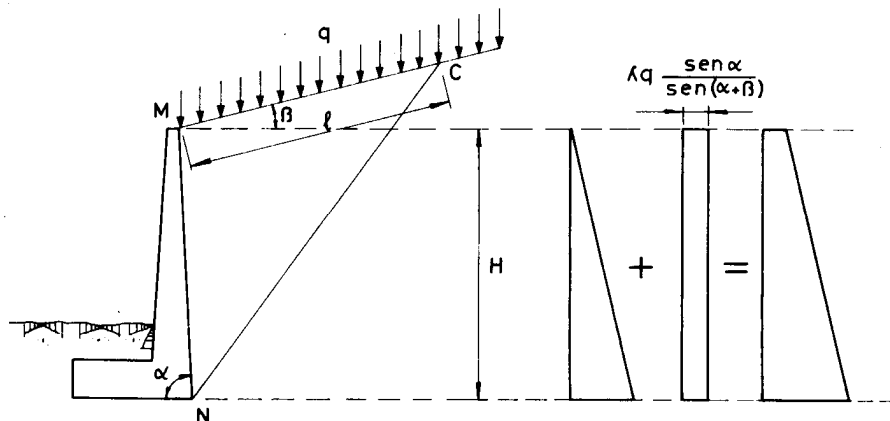


Figura 13. Carga uniformemente repartida.

El peso de la cuña MNC, a profundidad  $H$ , incluida la sobrecarga correspondiente, es:

$$P_t = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot l \cdot \frac{H}{\text{sen } \alpha} \cdot \text{sen}(\alpha + \beta) + q \cdot l \quad [17]$$

El peso  $P_t$  se iguala al de una cuña MNC de un terreno virtual de densidad ficticia  $\gamma_1$ , de donde

$$\frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot l \cdot \frac{H}{\text{sen } \alpha} \cdot \text{sen}(\alpha + \beta) + q \cdot l = \frac{1}{2} \cdot \gamma_1 \cdot l \cdot \frac{H}{\text{sen } \alpha} \cdot \text{sen}(\alpha + \beta)$$

y por tanto

$$\gamma_1 = \gamma + \frac{2 \cdot q}{H} \cdot \frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen}(\alpha + \beta)} \quad [18]$$

y como en ambos casos el empuje ha de ser el mismo

$$E_a = \frac{1}{2} \cdot \gamma_1 \cdot H^2 \cdot \lambda \quad [19]$$

Si además se tiene en cuenta el valor de  $\lambda$

$$\lambda = \sqrt{\lambda_h^2 + \lambda_v^2} \quad [20]$$

y sustituyendo el valor de  $\gamma_1$  obtenido en [18] en la ecuación [19], la expresión del empuje activo puede escribirse

$$E_a = \frac{1}{2} \cdot \left( \gamma + \frac{2 \cdot q}{H} \cdot \frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen}(\alpha + \beta)} \right) \cdot H^2 \cdot \lambda \quad [21]$$

o bien

$$E_a = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot H^2 \cdot \lambda + \lambda \cdot q \cdot H \cdot \frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen}(\alpha + \beta)} \quad [22]$$

La fórmula anterior indica que el empuje producido por una sobrecarga  $q$  por unidad de longitud de talud es el mismo que el producido por una altura adicional de terreno tal que

$$\gamma \cdot h_e = q \cdot \frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen}(\alpha + \beta)}$$

de donde se puede despejar el valor de la altura adicional  $h_e$

$$h_e = \frac{q}{\gamma} \cdot \frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen}(\alpha + \beta)} \quad [23]$$

### 6.3.2. Cargas puntuales o concentradas en áreas reducidas (zapatas).

En este caso, la distribución de presiones no sólo es variable con la altura sino también a lo largo del muro. La determinación es compleja, aplicándose en lo que sigue el método simplificado de Terzaghi.

El empuje producido por la carga puede considerarse equivalente a otro  $\lambda_h \cdot N$ , donde  $N$  es la resultante de la carga sobre el terreno y el valor de  $\lambda_h$  es el obtenido por la teoría de Coulomb, que viene dado por la expresión [9] o directamente por la tabla 2.

Dicho empuje equivalente se reparte en un ancho  $b + x$ , tal y como se indica en la figura 14.

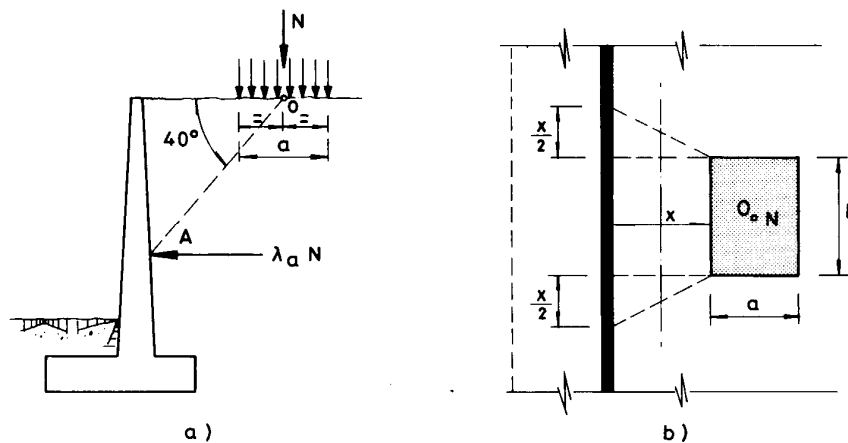


Figura 14. Cargas puntuales concentradas en áreas reducidas.

El punto de aplicación del empuje se determina trazando una línea desde el centro de aplicación de la carga y que forme  $40^\circ$  con la horizontal hasta que corte al trasdós del muro. Si el corte se produce en el trasdós por debajo de la base del muro, el efecto de la carga  $N$  se desprecia.

El método tiene la ventaja de su sencillez, pero presenta el inconveniente de que al sustituir la distribución continua de presiones a lo largo de la altura por una carga lineal única,  $\lambda_h \cdot N$ , no permite calcular los esfuerzos a que está sometido el muro más que en su arranque.

Los valores de las componentes horizontal y vertical del empuje activo vienen dadas por las expresiones:

$$\left. \begin{aligned} E_h &= \left( \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot H^2 + N \right) \cdot \lambda_h \\ E_v &= \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot H^2 \cdot \lambda_v \end{aligned} \right\} \quad [24]$$

## 6.4. CASO DE TERRENOS PARCIAL O TOTALMENTE ANEGADOS.

En todo lo anterior hemos supuesto el terreno seco, por lo que se ha utilizado la densidad del terreno seco. Esta situación es poco frecuente en la práctica.

La presencia de agua en el relleno, bien por la acción de la lluvia, bien por infiltraciones subterráneas, afecta de manera importante al cálculo de empujes.

Si el material del relleno es muy permeable, como es el caso de gravas y arenas gruesas y medias, la aportación de agua será evacuada por el sistema de drenaje mediante el establecimiento de una red de filtración de dirección predominantemente vertical.

Mientras el sistema de drenaje sea capaz de evacuar el agua filtrante, el nivel de agua no rebasará la cota inferior del sistema de drenaje y las fórmulas vistas hasta ahora siguen siendo válidas sin más que reemplazar en ellas la densidad seca  $\gamma$  por la densidad aparente  $\gamma_a$ . Esta densidad varía con el grado de humedad del suelo y a falta de ensayos directos puede ser estimada a partir de los datos de la tabla 3, tomada de Calavera.

Material	Densidad aparente $\gamma_a$ (kN/m <sup>3</sup> )	Densidad sumergida $\gamma_s$ (kN/m <sup>3</sup> )
Gravas	16,0 – 20,0	9,6 – 12,8
Arenas gruesas y medias	16,8 – 20,8	9,6 – 12,8
Arenas finas y limosas	17,6 – 21,6	9,6 – 12,8
Granitos y pizarras	16,0 – 20,8	9,6 – 12,8
Basaltos	17,6 – 22,4	11,2 – 16,0
Calizas y areniscas	12,8 – 19,2	6,4 – 12,8
Ladrillo partido	11,2 – 17,6	6,4 – 9,6
Cenizas volantes	6,4 – 9,6	3,2 – 4,8

Si el material del relleno es de baja permeabilidad, como ocurre en arenas finas y arenas limosas, y la aportación de agua es importante, aunque se diseñe una red de drenaje capaz de desaguar el caudal correspondiente, se produce un aumento de las presiones y de los empujes respecto al caso anterior.

Las presiones en este caso pueden ser estimadas sustituyendo en las fórmulas la densidad seca  $\gamma$  por la densidad sumergida  $\gamma_s$  y añadiendo una presión a que una profundidad  $z$  viene estimada por

$$P' = 0.5 \cdot z \cdot \gamma_{\text{agua}} \quad [25]$$

donde  $\gamma_{\text{agua}}$  es la densidad del agua y  $P'$  actúa perpendicularmente al trasdós. Este valor corresponde a la mitad de la presión hidrostática.

Si la aportación de agua excede a la capacidad de desagüe de la red de drenaje, el nivel del agua puede alcanzar la cota de la coronación del muro en el caso límite, es decir, se anega el terreno. En este caso, la presión  $P'$  se duplica alcanzando el valor de la presión hidrostática.

$$P' = z \cdot \gamma_{\text{agua}} \quad [26]$$

En cualquier caso, la presión hidrostática debe ser considerada siempre para niveles inferiores al más bajo del sistema de drenaje.

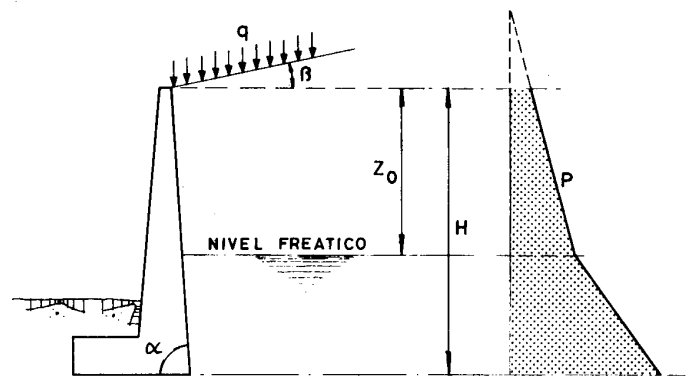


Figura 15. Relleno inundado hasta una cierta cota.

En el caso general indicado en la figura 15, con relleno formando un ángulo  $\beta$  con la horizontal y una sobrecarga  $q$  por unidad de longitud de talud, las presiones a una profundidad  $z$  resultan:

$$\left. \begin{aligned} P_h &= \left[ \gamma_s \cdot (z - z_0) + \gamma \cdot z_0 + q \cdot \frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen}(\alpha + \beta)} \right] \cdot \lambda_h + \gamma_{\text{agua}} \cdot (z - z_0) \cdot \text{sen } \alpha \\ P_v &= \left[ \gamma_s \cdot (z - z_0) + \gamma \cdot z_0 + q \cdot \frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen}(\alpha + \beta)} \right] \cdot \lambda_v + \gamma_{\text{agua}} \cdot (z - z_0) \cdot \text{cos } \alpha \end{aligned} \right\} \quad [27]$$

Si el terreno puede estar húmedo debe sustituirse  $\gamma$  por  $\gamma_a$ . Si  $z \leq z_0$  debe hacerse en [27]  $z = z_0$ .

## 7. EMPUJE AL REPOSO.

Este valor del empuje puede producirse cuando la deformabilidad del muro es extremadamente pequeña.

El valor de  $\lambda$  de la expresión [10] es difícil de evaluar, pero en arenas suele variar entre 0,4 y 0,6. En terrenos granulares suele estimarse mediante la expresión  $\lambda = 1 - \text{sen } \varphi$ . En terrenos cohesivos alcanza valores entre 0,5 y 0,75.

Un método aproximado de uso frecuente es el que se recoge en la figura 16. Para el caso en que no haya carga sobre el relleno, el diagrama triangular de presiones se sustituye por uno rectangular de valor dos tercios de la presión máxima de empuje activo, pero calculado con  $\lambda = 1 - \text{sen } \varphi$ . Si existe carga sobre el terreno, se opera de manera análoga.

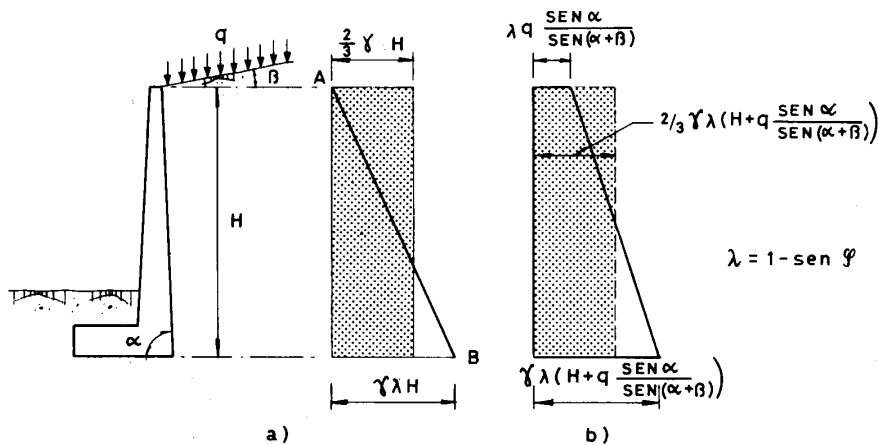


Figura 16. Empuje al reposo.

En la práctica, la situación de empuje al reposo difícilmente se alcanza, incluso en muros de gran rigidez, pues en la mayoría de los casos el relleno del trasdós se compacta de una manera moderada.

## 8. FORMAS DE AGOTAMIENTO DE LOS MUROS.

En general un muro puede alcanzar los siguientes estados límites:

- Giro excesivo del muro (figura 17).

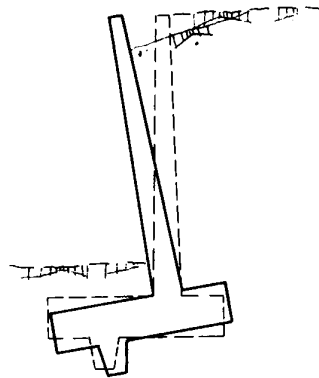


Figura 17. Giro excesivo del muro.

- Deslizamiento del muro (figura 18).

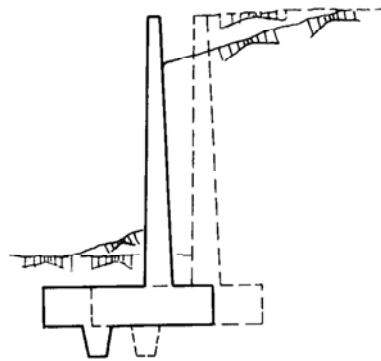


Figura 18. Deslizamiento del muro.

- Deslizamiento profundo del muro.

Se debe a la formación de una superficie de deslizamiento profunda, de forma aproximadamente circular. Este tipo de fallo puede presentarse si existe una capa de suelo blando a una profundidad aproximada de vez y media la altura del muro, contada desde el plano de cimentación.

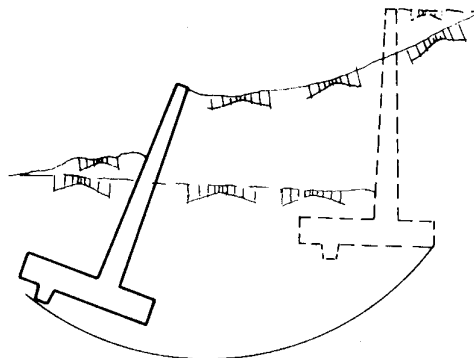


Figura 19. Deslizamiento profundo.

- Deformación excesiva del alzado.

Es una situación rara, salvo en muros muy esbeltos.

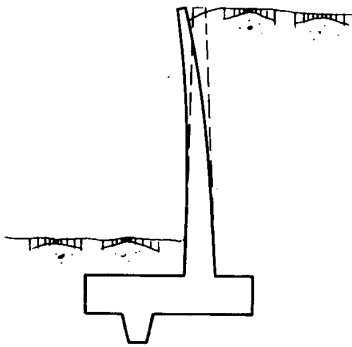


Figura 20. Deformación excesiva del alzado.

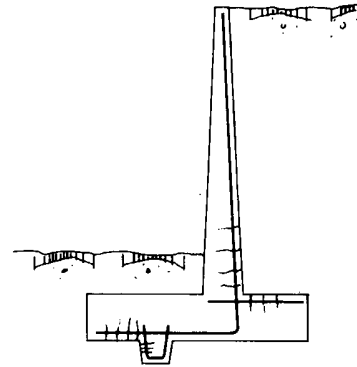


Figura 21. Fisuración excesiva.

- Fisuración excesiva (figura 21).

Puede presentarse en todas las zonas de tracción, y se trata de una fisuración grave si su ancho es excesivo al estar en contacto con terreno húmedo, pues no es observable.

- Rotura por flexión.

Puede producirse en el alzado, la puntera o el talón. Como las cuantías en muros suelen ser bajas, los síntomas de prerrotura sólo son observables en la cara de tracción, que en todos los casos está oculta, con lo que no existe ningún síntoma de aviso.

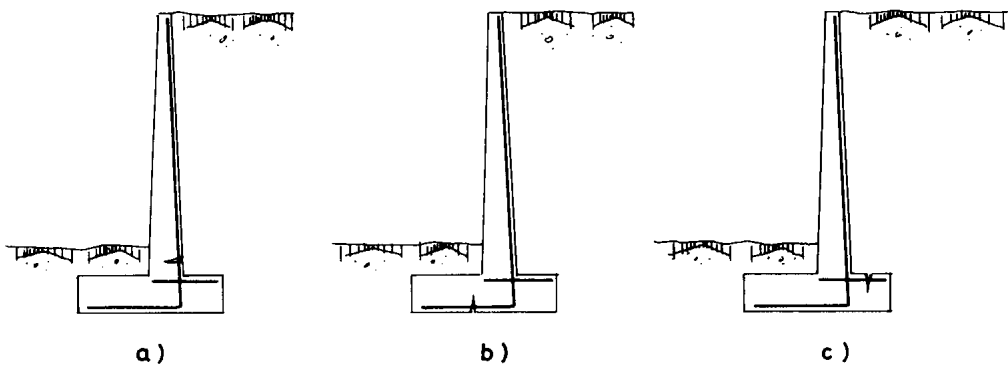


Figura 22. Rotura por flexión.

- Rotura por esfuerzo cortante (figura 23).



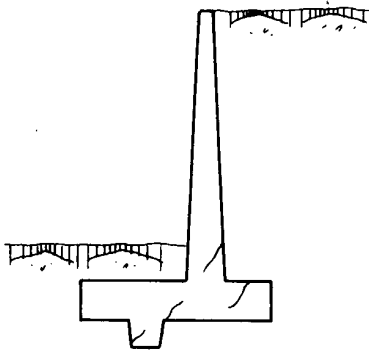


Figura 23. Rotura por esfuerzo cortante

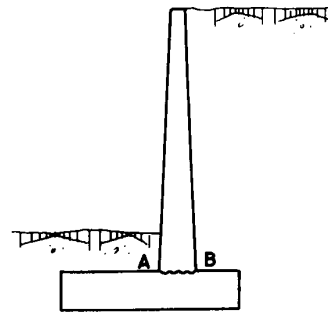


Figura 24. Rotura por rasante

Puede producirse en el alzado, puntera, talón o tacón.

- Rotura por esfuerzo rasante.

La sección peligrosa es la de arranque del alzado, que es una junta de hormigonado obligada, en la que coinciden el máximo momento flector y el máximo esfuerzo cortante.

- Rotura por fallo de solape.

La sección peligrosa es la de arranque de la armadura de tracción del alzado, donde la longitud de solape debe estudiarse detenidamente, pues por razones constructivas el solape ha de realizarse para la totalidad de la armadura en la zona de máximos esfuerzos de flexión y corte.

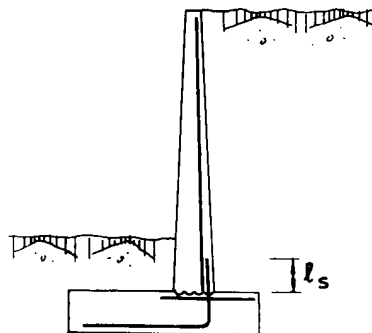


Figura 25. Rotura por fallo de solape.

## 9. CÁLCULO DE MUROS MÉNSULA.

El proyecto de un muro presenta tres etapas bien diferenciadas. En primer lugar se ha de realizar el cálculo de los empujes, que ya ha sido tratado. En lo que sigue adoptaremos las expresiones que se obtienen con la aplicación de la teoría de Coulomb.

Una vez calculados los empujes que ha de soportar la estructura de contención, se realizará un predimensionamiento. Para ello vamos a seguir las recomendaciones de Ayuso, y que aparecen resumidas en la figura 26.

Tomando como dimensión de referencia la altura  $H$  del muro y siendo el trasdós vertical, la base del alzado tendrá una dimensión  $H/10$ , mientras que la coronación se realizará con una anchura igual o superior a 25 cm. En cuanto al cimiento, se procurará que la profundidad de cimentación sea igual o superior a 1 m; el canto del cimiento será de  $H/10$ , mientras que la dimensión  $B$  oscilará entre  $0.4 \cdot H$  y  $0.7 \cdot H$ , de los que aproximadamente  $B/3$  corresponderán a la puntera.

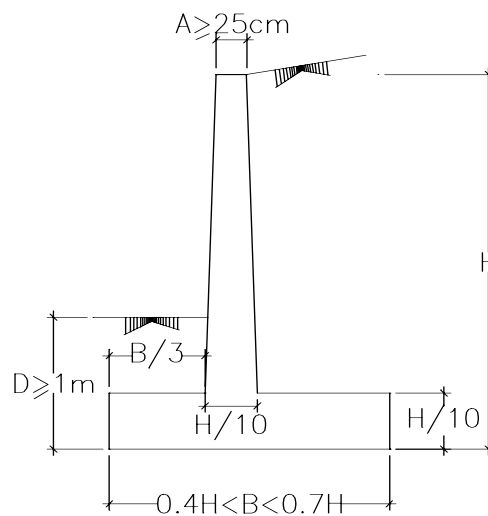


Figura 26. Predimensionamiento de un muro ménsula.

Una vez predimensionado el muro, se realizarán las comprobaciones pertinentes teniendo un doble enfoque. Por un lado se comprobará la estabilidad estructural del muro, pasando posteriormente al cálculo de las distintas partes del muro (alzado, puntera, talón y tacón) como los elementos de hormigón armado que son.

Como es habitual en el cálculo de estructuras, pueden ser necesarias varias fases de predimensionamiento y cálculo, sobre todo si se pretende optimizar las dimensiones del muro.

## 9.1. COMPROBACION DE LA ESTABILIDAD ESTRUCTURAL.

### ✓ Estabilidad global.

El conjunto del muro, incluida su cimentación, puede fallar como consecuencia de la aparición de un mecanismo de rotura más profundo que la cimentación del muro, o que aún no siendo tan profundo pudiera afectarle. Para

realizar esta comprobación es preciso utilizar alguna de las teorías de cálculo de estabilidad del terreno, de manera que debe definirse el círculo de deslizamiento pésimo, comprobándose que los coeficientes de seguridad se encuentran en los límites admisibles. El círculo de deslizamiento pésimo debe poseer una magnitud suficiente como para que incluya dentro de la masa deslizante al muro completo y sus elementos de sujeción.

### ✓ Comprobación a deslizamiento.

De acuerdo con las notaciones de la figura 27, la fuerza que puede producir el deslizamiento es la componente horizontal del empuje activo  $E_h$ .

Las fuerzas que se oponen al deslizamiento son el rozamiento entre la base del muro y el terreno de cimentación, el eventual empuje pasivo  $E_p$  frente a la puntera del muro y la componente vertical del empuje activo  $E_v$ .

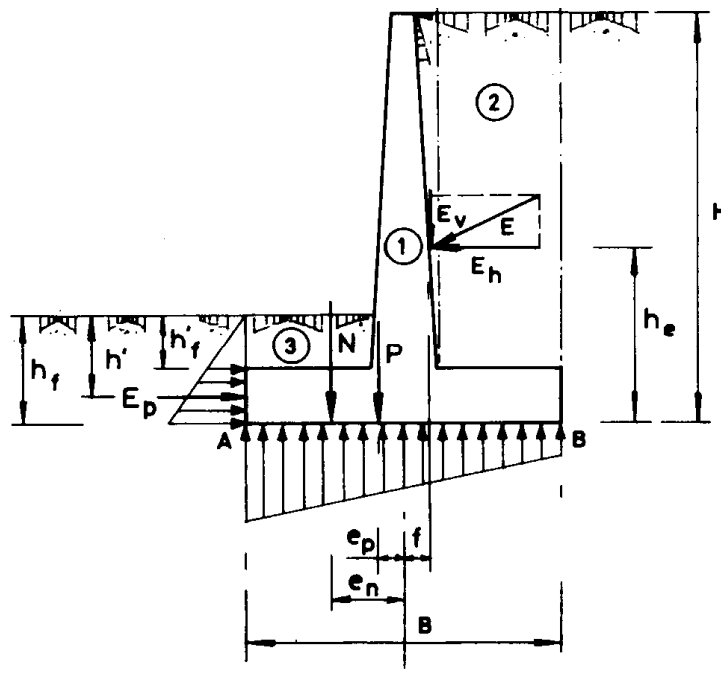


Figura 27. Comprobación de la estabilidad estructural.

La comprobación a deslizamiento se hará con:

$$C_{sd} = \frac{F_{est}}{F_{des}} > \gamma_R \quad [28]$$

$C_{sd}$  = Coeficiente de seguridad al deslizamiento.

$F_{est}$  = Fuerza estabilizante.

$F_{des}$  = Fuerza desestabilizante.

$\gamma_R =$  Coeficiente de seguridad para el material (tabla 2.1. del DB SE-C). Vale 1,5 para situación de dimensionado persistente o transitoria y 1,1 para situación de dimensionado extraordinaria.

La fuerza estabilizante  $F_{est}$  está formada por la fuerza de rozamiento que aparece en el contacto terreno-cimiento cuando se produce el deslizamiento, y el empuje pasivo que se desarrolla en la puntera del muro.

En terrenos cohesivos:

$$F_{est} = P \cdot \mu + c \cdot B + E_p \quad [29]$$

$P =$  Resultante de los pesos de los distintos elementos del muro y de las zonas de terreno situadas verticalmente sobre la puntera<sup>(\*)</sup> y el talón. (Zonas 1, 2, y 3 de la figura 27).

$\mu =$  Coeficiente de rozamiento entre suelo y hormigón. En general será el resultado del correspondiente estudio geotécnico. A falta de datos más precisos, puede tomarse  $\mu = \tan \frac{2}{3} \cdot \phi$ , siendo  $\phi$  el ángulo de rozamiento interno del terreno base. Cuando la estructura es un muro de contención de terreno,  $\phi = \varphi$ . En la tabla 5, tomada de Calavera, se indican valores del coeficiente de rozamiento para algunos tipos de suelo.

$c =$  Cohesión reducida del suelo:  $c = 0,5 \cdot c_k < 0,05$  MPa

$c_k =$  Cohesión efectiva del terreno.

$B =$  Anchura del cimiento.

$E_p =$  Empuje pasivo frente a la puntera del muro.

Tabla 5. Coeficientes de rozamiento $\mu$	
Tipo de suelo	Coeficiente $\mu$
Arenas sin limos	0,55
Arenas limosas	0,45
Limos	0,35
Roca sana con superficie rugosa	0,60

<sup>(\*)</sup> En ocasiones, cuando no se tiene certeza de que se vaya a realizar una compactación adecuada del suelo que está por encima de la puntera, al ser un elemento favorable para el cálculo, se desprecia este sumando.

En terreno granular:

$$F_{est} = P \cdot \mu + E_p \quad [30]$$

La fuerza desestabilizante  $F_{des}$  es siempre la componente horizontal del empuje activo menos el rozamiento producido por el empuje vertical.

$$F_{des} = E_h - E_v \cdot \mu \quad [31]$$

$E_v$  = Componente vertical del empuje activo.

El valor del empuje pasivo  $E_p$  puede ser estimado de una manera conservadora mediante la expresión de Rankine

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot h_f^2 \cdot \frac{1 + \operatorname{sen} \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi}$$

donde

- $\gamma$  = Densidad del terreno seco.
- $h_f$  = Profundidad de cimentación.
- $\phi$  = Angulo de rozamiento interno del terreno base.

La resultante del empuje pasivo es horizontal y está situada a una distancia  $\frac{2}{3} \cdot h_f$  por debajo del nivel del terreno frente al muro.

Esta expresión está del lado de la inseguridad por tener en cuenta el terreno situado por encima de la puntera, ya que ha sido removido para la ejecución del muro. Por ello es aconsejable utilizar la expresión

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot (h_f^2 - h'_f{}^2) \cdot \frac{1 + \operatorname{sen} \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi} \quad [32]$$

siendo  $h'_f$  la profundidad de la cara superior de la puntera respecto al nivel del suelo.

La utilización del  $E_p$  debe ser objeto de consideración, pues la movilización del empuje pasivo puede requerir corrimientos importantes del muro, frecuentemente incompatibles con las condiciones de servicio.

Como se ha indicado anteriormente, la profundidad de cimentación no suele disponerse inferior a 1 m y el proyectista debe asegurar que el terreno exista frente al muro en distancia suficiente, que suele ser de  $2 \cdot h_f$ , y que esta distancia quede

asegurada durante la vida del muro. Por ello no se suele tener en cuenta el empuje pasivo de la puntera.

Si al realizar la comprobación a deslizamiento se obtiene que no es admisible, puede recurrirse al empleo de un tacón (figura 28), aconsejándose su colocación a una distancia  $2 \cdot h_c$  desde el extremo de la puntera, siendo  $h_c$  la profundidad del tacón. En este caso sí se tendrá en cuenta el empuje pasivo generado por este elemento.

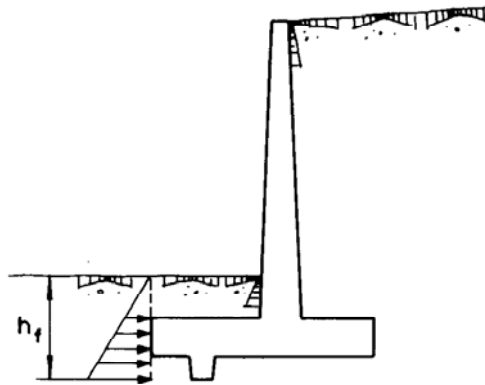


Figura 28. Muro ménsula con tacón.

$$\text{Así, } F_{\text{est}} = P \cdot \mu + E_p \quad [33]$$

$P =$  Resultante de los pesos de los distintos elementos del muro, incluyendo el tacón y de las zonas de terreno situadas verticalmente sobre la puntera y el talón. (Zonas 1, 2, y 3 de la figura 27).

$E_p =$  Empuje pasivo provocado por el tacón, de valor:

$$E_p = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot \left[ (h_f + h_c)^2 - h_f^2 \right] \cdot \frac{1 + \text{sen} \phi}{1 - \text{sen} \phi} \quad [34]$$

$h_c =$  Profundidad del tacón.

### ✓ Comprobación a vuelco.

Convencionalmente se supone que el giro del muro se produce alrededor del punto A, correspondiente a la arista exterior del cimient. Teniendo en cuenta las notaciones de la figura 27, se puede determinar el momento de vuelco y el momento estabilizador.

La comprobación de vuelco debe satisfacer la siguiente condición general:

$$C_{sv} = \frac{\gamma_{E,\text{est}} \cdot M_{\text{est}}}{\gamma_{E,\text{des}} \cdot M_{\text{des}}} > 1 \quad [35]$$

- $C_{sv}$  = Coeficiente de seguridad al vuelco.  
 $M_{est}$  = Momento estabilizante.  
 $M_{des}$  = Momento desestabilizante.  
 $\gamma_{E,est}$  = Coeficiente de seguridad para acciones estabilizantes (tabla 2.1 DB SE-C).  $\gamma_{E,est} = 0,9$ .  
 $\gamma_{E,des}$  = Coeficiente de seguridad para acciones desestabilizantes (tabla 2.1 DB SE-C).  
 $\gamma_{E,des} = 1,8$  para situación de dimensionado persistente o transitoria.  
 $\gamma_{E,des} = 1,2$  para situación de dimensionado extraordinaria.

El momento estabilizante es el producido por todas las cargas verticales  $P_i$ , considerando para cada una la distancia desde su punto de aplicación al punto de vuelco de la zapata  $e_i$  (punto A de la figura 27).

$$M_{est} = \gamma_{E,est} \cdot \left( \sum P_i \cdot e_i \right) \quad [36]$$

El momento desestabilizante está producido siempre por la resultante de la fuerza de empuje activo, pudiéndose descomponer en la suma de los efectos producidos por sus componentes: un efecto estabilizante de su componente vertical  $E_v$  y un efecto desestabilizante provocado por la componente horizontal  $E_h$ .

$$M_{des} = \gamma_{E,des} \cdot (E_h \cdot e_h - E_v \cdot e_v) \quad [37]$$

Donde  $e_h$  y  $e_v$  son las distancias respectivas desde el punto de aplicación de  $E_h$  y  $E_v$  a la sección de referencia.

### ✓ Comprobación a hundimiento.

Manteniendo la notación de la figura 27, la resultante de fuerzas verticales  $N$  vale:

$$N = P + E_v \quad [38]$$

$$M_v = E_h \cdot h_e \quad [39]$$

$$M_E = P \cdot \left( \frac{B}{2} - e_p \right) + E_v \cdot \left( \frac{B}{2} + f \right) \quad [40]$$

En muros de contención, la resultante  $N$  de las fuerzas que actúan tiene una cierta excentricidad  $e$ . Las tensiones del cimiento sobre el terreno vienen dadas por:

$$\sigma = \frac{N}{S} \pm \frac{M}{W} = \frac{N}{B} \pm \frac{N \cdot e}{\frac{1}{6} \cdot B^2} = \frac{N}{B} \cdot \left( 1 \pm \frac{6 \cdot N \cdot e}{B} \right) \quad [41]$$

donde

S = Superficie de la base del muro por unidad de longitud.

W = Módulo resistente de la sección.

B = Dimensión transversal de la base del muro.

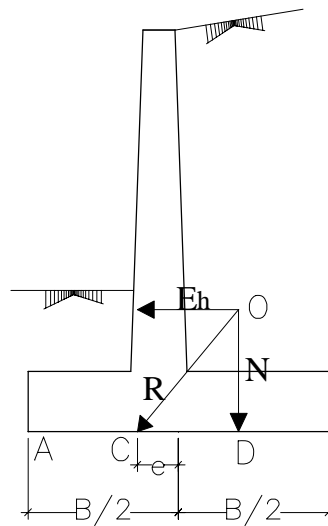


Figura 29. Comprobación a hundimiento.

Si se desprecia la contribución del empuje pasivo, lo que nos lleva del lado de la seguridad, y considerando la resultante de esfuerzos aplicados sobre el muro R con una excentricidad e respecto al centro del cimient, tal y como refleja la figura 29, se tiene:

$$e = \frac{B}{2} - \overline{AC}$$

$$\overline{AC} = \overline{AD} - \overline{CD}$$

$$N \cdot \overline{AD} = M_E; \quad \overline{CD} = \frac{M_E}{N}$$

$$\frac{E_h}{N} = \frac{\overline{CD}}{\overline{OD}}; \quad \overline{CD} = \frac{E_h \cdot \overline{OD}}{N} = \frac{M_v}{N}$$



Por tanto, el valor de la excentricidad viene dado por:

$$e = \frac{B}{2} - \frac{M_E - M_v}{N} \quad [42]$$

Al valor  $\frac{e}{B}$  de la expresión [41] se denomina *excentricidad relativa*.

La validez de la expresión [41] queda condicionada a que  $\frac{N}{B} - \frac{6 \cdot N \cdot e}{B^2} \geq 0$ , o lo que es lo mismo, que  $\frac{e}{B} \leq \frac{1}{6}$ .

Es decir, que para que toda la base esté comprimida la resultante de empujes y pesos debe pasar por el tercio central de la base. En este caso aparece un **reparto trapecial de tensiones** bajo el cimiento, cuyos valores máximo y mínimo son:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_A &= \frac{N}{B} \cdot \left(1 + \frac{6 \cdot e}{B}\right) = \sigma_{\max} \\ \sigma_B &= \frac{N}{B} \cdot \left(1 - \frac{6 \cdot e}{B}\right) = \sigma_{\min} \end{aligned} \right\} \quad [43]$$

Si dicha resultante pasa fuera del tercio central, o lo que es lo mismo, si la excentricidad relativa es mayor que  $\frac{1}{6}$ , la fórmula de Navier, y por tanto las expresiones [43], no son aplicables. En este caso la **distribución de tensiones es triangular**. Se acepta que exista una redistribución de las tensiones de modo que la resultante N tenga su punto de aplicación coincidente con el centro de gravedad del triángulo de tensiones.

Para ello se hace  $\overline{AC} = 3 \cdot \overline{AD}$ , siendo  $\overline{AD} = \frac{B}{2} - |e|$ .

Al igualar la resultante a las tensiones producidas bajo el cimiento,  $N = \frac{1}{2} \cdot \sigma_A \cdot \overline{AC}$ , se obtiene el valor de la tensión máxima  $\sigma_A$ .

$$\sigma_A = \frac{2 \cdot N}{3 \cdot \left(\frac{B}{2} - |e|\right)} \quad [44]$$

En todos los casos, la comprobación a realizar es:

$$\sigma_{\max} \leq 1.25 \cdot \sigma_{\text{adm}} \quad [45]$$

siendo  $\sigma_{\text{adm}}$  la tensión de carga admisible en el terreno de cimentación.

Además, en el caso de distribución trapezoidal se ha de realizar la siguiente comprobación:

$$\frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} \leq \sigma_{\text{adm}} \quad [46]$$

## 9.2. DIMENSIONAMIENTO COMO ESTRUCTURA DE HORMIGÓN ARMADO.

### 9.2.1. Cálculo del fuste.

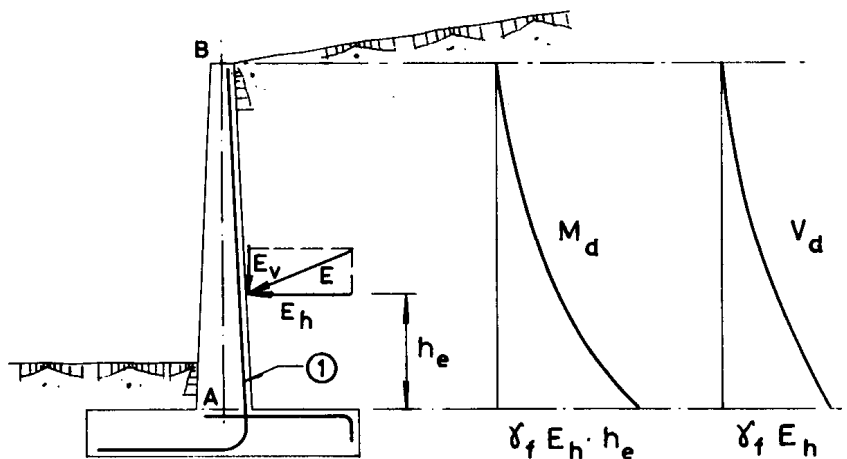


Figura 30. Cálculo del alzado.

#### ✓ Comprobación a flexión.

El alzado, cuerpo o fuste del muro constituye una losa, en general de canto variable, sometida a la ley de presiones del elemento contenido. En general, la directriz AB de la losa no es vertical, pero en los muros ménsula su inclinación es tan pequeña que puede suponerse vertical y considerar que la flexión del alzado está producida solo por la componente horizontal del empuje activo  $E_h$ .

Incluso en el caso de relleno con sobrecarga uniforme, la ley de momentos flectores es una parábola de tercer grado, mientras que la de esfuerzos cortantes es de segundo grado.

La pequeña compresión del peso propio del fuste suele despreciarse. En caso contrario se procederá al dimensionamiento en flexión compuesta.

Según la EHE-08, en la cara de tracción la cuantía mínima vertical no deberá ser inferior al 1,2‰ de la sección total de hormigón para acero B-400 S<sup>1</sup>, que es el comúnmente utilizado. En la cara opuesta recomienda disponer una armadura mínima igual al 30% de la consignada.

De igual modo, para el mismo tipo de acero, la cuantía mínima horizontal<sup>2</sup> no deberá ser inferior al 4‰ de la sección total de hormigón. Esta armadura deberá repartirse en ambas caras. Para muros vistos por ambas caras debe disponerse el 50% en cada cara. Para muros vistos por una sola cara podrán disponer hasta 2/3 de la armadura total en la cara vista.

Si se disponen juntas verticales de contracción a distancias no superiores a 7,5 m, con la armadura horizontal interrumpida, las cuantías geométricas horizontales mínimas pueden reducirse a la mitad.

Los muros de espesor mayor de 50 cm se considerarán como de 50 cm.

Por encima de los 2,5 m de altura del muro y siempre que esa zona no tenga una altura menor que la mitad de la altura del muro, puede reducirse la cuantía horizontal a la mitad.

En muros de altura reducida, de 5 m por ejemplo, lo usual es llevar toda la armadura tipo 1 hasta la coronación. Para alturas mayores es frecuente cortar el 50% de dicha armadura, a la altura en que ello sea posible.

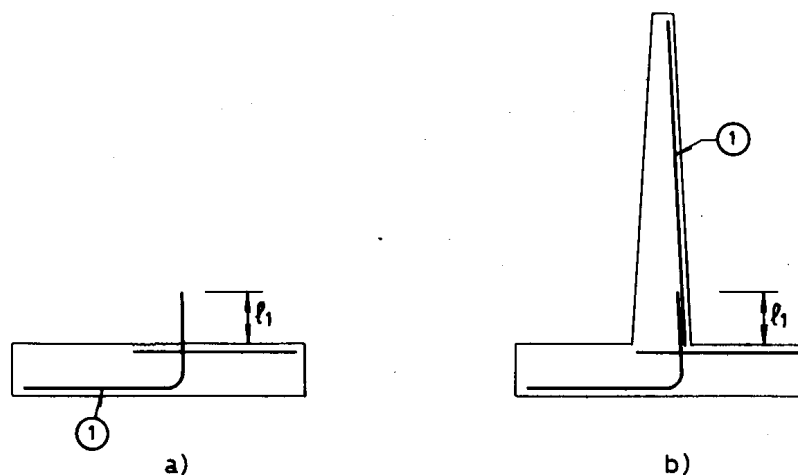


Figura 31. Solapes y esperas de la armadura del fuste.

<sup>1</sup> 0,9‰ de la sección total de hormigón para acero B-500 S.

<sup>2</sup> 3,2‰ de la sección total de hormigón para acero B-500 S

La parte inferior de la armadura 1 se dispone en la puntera y en su tramo vertical se dispone en forma de espera, tal y como se muestra en la figura. El solape debe ser de longitud  $l_s$  tal que:

$$l_s = \alpha \cdot l_{b,neto} \quad [47]$$

donde  $\alpha$  viene dado en la tabla 6 y  $l_{b,neto}$  por [48].

Tabla 6 Valores de $\alpha$ (Tabla 69.5.2.2 EHE-08)						
Distancia entre los dos empalmes más próximos: $a$	Porcentaje de barras solapadas trabajando a tracción, con relación a la sección total de acero.					Barras solapadas trabajando normalmente a compresión en cualquier porcentaje
	20	25	33	50	>50	
$\leq 10 \cdot \phi$	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	1,0
$> 10 \cdot \phi$	1,0	1,1	1,2	1,3	1,4	1,0

La distancia  $a$  de la tabla se define en la figura 32.

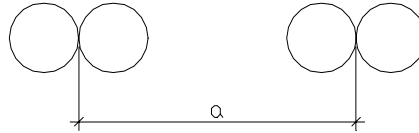


Figura 32. Distancia entre los dos empalmes más próximos.

$$l_{b,neto} = l_b \cdot \frac{A_s}{A_{s,real}} \quad [48]$$

siendo

$l_b$  = Longitud básica de anclaje en posición I, que viene dada por [47].

$A_s$  = Área de armadura necesaria.

$A_{s,real}$  = Área de armadura realmente dispuesta.

$$l_b = m \cdot \phi^2 \leq \frac{f_{yk}}{20} \cdot \phi \quad [49]$$

donde

$\phi$  = Diámetro de la barra, en milímetros.

$m$  = Coeficiente numérico indicado en la tabla 7, función del tipo de acero y obtenido a partir de ensayos experimentales de adherencia

de barras.

$f_{yk}$  = Límite elástico garantizado del acero, en  $N/mm^2$ .

Tabla 7. Valores de m (Tabla 69.5.1.2 a EHE-08)		
Resistencia característica del hormigón ( $N/mm^2$ )	m	
	B 400 S / B-400 SD	B 500 S / B 500 SD
25	1,2	1,5
30	1,0	1,3
35	0,9	1,2
40	0,8	1,1
45	0,7	1,0
50	0,7	1,0

Los solapes se hacen disponiendo las barras en parejas de forma que el plano que contiene a sus ejes sea paralelo al de trasdós del muro, con objeto de no perder canto.

### ✓ Comprobación a esfuerzo cortante.

Se trata de una pieza sin armadura de cortante, por lo cual sólo será necesario realizar la comprobación de agotamiento por tracción en el alma ( $V_d \leq V_{u2}$ ) en una sección situada a un canto útil de la unión del cuerpo del muro con la zapata.

El cálculo del esfuerzo cortante de agotamiento por tracción en el alma ( $V_{u2}$ ) de la sección de hormigón existente se debe realizar, en el caso sin armadura de cortante, después de que se haya comprobado si el momento de cálculo es superior o no al momento de fisuración,  $M_{fis,d}$ .

$$M_{fis,d} = W_b \cdot f_{ct,d} = \frac{b \cdot h^2}{6} \cdot \frac{f_{ct,k}}{\gamma_c} = \frac{b \cdot h^2}{6} \cdot \frac{0,7 \cdot f_{ct,m}}{\gamma_c} = 0,0233 \cdot b \cdot h^2 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad [50]$$

- **Piezas sin armadura de cortante en regiones no fisuradas ( $M_d \leq M_{fis,d}$ )**

En piezas con zonas no fisuradas y con el alma comprimida, la resistencia a cortante debe limitarse según la resistencia a tracción del hormigón, y vale:

$$V_{u2} = \frac{I \cdot b_0}{S} \cdot \sqrt{(f_{ct,d})^2 + \alpha_l \cdot \sigma'_{cd} \cdot f_{ct,d}} \quad [51]$$

donde:

$M_d$  Momento de cálculo de la sección.

$M_{fis,d}$  Momento de fisuración de la sección calculado con  $f_{ct,d} = \frac{f_{ct,k}}{\gamma_c}$

$I$  Momento de inercia de la sección transversal.

$b_0$  Ancho del alma según punto 44.2.1.

$S$  Momento estático de la sección transversal.

$f_{ct,d}$  Resistencia de cálculo a tracción del hormigón.

$\sigma'_{cd}$  Tensión media de compresión en el hormigón debido a la fuerza de pretensado.

$\alpha_l = \frac{l_x}{(1,2 \cdot l_{bd})} \leq 1$  para tendones pretensados.

=1 para otros tipos de pretensado anclados por adherencia.

$l_x$  Distancia, en mm, de la sección considerada al inicio de la longitud de transferencia.

$l_{bpt}$  Longitud de transferencia de la armadura activa de pretensado, en mm, que puede tomarse según el apartado 70.2.3.

$$l_{bpt} = \frac{\phi \cdot \sigma_p}{21}$$

donde

$\sigma_p$  Tensión de pretensado, después de las pérdidas, en  $N/mm^2$ .

$\phi$  Diámetro de la armadura activa, en mm.

Esta comprobación se realizará en una sección situada a una distancia del borde del apoyo que se corresponde con la intersección del eje longitudinal de pasa por el centro de gravedad de la sección con una línea a  $45^\circ$  que parte del borde del apoyo.

- **Piezas sin armadura de cortante en regiones fisuradas a flexión ( $M_d > M_{fis,d}$ )**

El esfuerzo cortante de agotamiento por tracción en el alma para piezas de hormigón convencional y de alta resistencia vale:

$$V_{u2} = \left[ \frac{0,18}{\gamma_c} \cdot \xi \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_{cv})^{1/3} + 0,15 \cdot \sigma'_{cd} \right] \cdot b_0 \cdot d \quad [52]$$

con un valor mínimo de

$$V_{u2} = \left[ \frac{0,075}{\gamma_c} \cdot \xi^{3/2} \cdot f_{cv}^{1/2} + 0,15 \cdot \sigma'_{cd} \right] \cdot b_0 \cdot d \quad [53]$$

donde:

$f_{cv}$  Resistencia efectiva del hormigón a cortante en  $N/mm^2$  de valor  $f_{cv} = f_{ck}$  con  $f_{cv}$  no mayor que  $15 N/mm^2$  en el caso de control indirecto de la resistencia del hormigón, siendo  $f_{ck}$  la resistencia a compresión del hormigón, que no se considerará superior a  $60 N/mm^2$ .

$\xi$   $\xi = \left( 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) \leq 2,0$  con  $d$  en mm.

$d$  Canto útil de la sección referido a la armadura longitudinal de flexión siempre que ésta sea capaz de resistir el incremento de tracción producido por la interacción cortante-flexión (punto 44.2.3.4.2).

$\sigma'_{cd}$  Tensión media en el alma de la sección (compresión positiva).

$$\sigma'_{cd} = \frac{N_d}{A_c} < 0,30 \cdot f_{cd} \neq 12MPa \quad [54]$$

$N_d$  Axil de cálculo incluyendo la fuerza de pretensado existente en la sección de estudio. En el caso de piezas con armaduras pretesas se podrá considerar una variación lineal de la fuerza de pretensado desde el extremo de la pieza hasta una distancia igual a 1,2 veces la longitud de transferencia,  $l_{bpt}$  (ver 44.2.3.2.1.1).

En apoyos interiores de estructuras continuas con armadura activa pasante, no se considerará la contribución del axil de pretensado en el cálculo de  $N_d$ .

$\rho_1$  Cuantía geométrica de la armadura longitudinal principal de tracción, pasiva y activa adherente, anclada a una distancia igual o mayor que  $d$  a partir de la sección de estudio

$$\rho_1 = \frac{A_s + A_p}{b_0 \cdot d} \leq 0,02$$

### ✓ Comprobación a esfuerzo rasante en las juntas de hormigonado.

En la unión entre el fuste y el cimiento siempre habrá que realizar esta comprobación.

Según EHE-08 la tensión rasante que solicita la junta en la sección debe cumplir:

$$\tau_{md} \leq \beta \cdot f_{ct,d} + \frac{A_{st}}{s \cdot p} \cdot f_{y\alpha,d} \cdot (\mu \cdot \text{sen } \alpha + \cos \alpha) + \mu \cdot \sigma_{cd} \geq 0.25 \cdot f_{cd} \quad [55]$$

donde

$\tau_{md}$  = Valor medio de la tensión rasante de cálculo de la junta en la sección considerada.

$f_{cd}$  = Resistencia de cálculo a compresión del hormigón más débil de la junta.

$A_{st}$  = Sección de las barras de acero, eficazmente ancladas, que cosen la junta.

$s$  = Separación de las barras de cosido según el plano de la junta.

$p$  = Superficie de contacto por unidad de longitud. No se extenderá a zonas donde el ancho de paso sea inferior a 20 mm o al diámetro máximo del árido, o con un recubrimiento inferior a 30 mm.

$f_{y\alpha,d}$  = Resistencia de cálculo de las armaduras transversales en N/mm<sup>2</sup> ( $\geq 400$  N/mm<sup>2</sup>).

$\alpha$  = Angulo formado por las barras de cosido con el plano de la junta.

$\sigma_{cd}$  = Tensión externa de cálculo normal al plano de la junta.  $\sigma_{cd} > 0$  para tensiones de compresión. (Si  $\sigma_{cd} < 0$ ,  $\beta \cdot f_{ct,d} = 0$ ).

$f_{ct,d}$  = Resistencia de cálculo a tracción del hormigón más débil de la junta.

Viene dada por  $f_{ct,d} = \frac{0.21 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}}{\gamma_c}$

Los valores de  $\beta$  y  $\mu$  se definen en la tabla 8.

Tabla 8. Valores de $\beta$ y $\mu$ en función del tipo de superficie. (Tabla 47.2.2.2 EHE-08)		
	Tipo de superficie	
	Rugosidad baja	Rugosidad alta
$\beta$	0,2	0,8
$\mu$	0,6	0,9



En muros de contención, donde la armadura de cosido es normal al plano de la junta ( $\alpha=90^\circ$ ) y  $\sigma_{cd} = 0$ , la expresión [55] se simplifica, resultando:

$$\tau_{md} \leq \beta \cdot f_{ct,d} + \frac{A_{st}}{s \cdot p} \cdot f_{y\alpha,d} \cdot \mu \geq 0.25 \cdot f_{cd} \quad [56]$$

### ✓ Comprobación a fisuración.

Debe considerarse este aspecto con especial atención, pues cualquier problema de corrosión de armaduras es grave al no ser observable, lo que podría conducir a un fallo sin aviso.

La comprobación general del estado límite de fisuración por tracción consiste en satisfacer la siguiente inecuación:

$$w_k \leq w_{max} \quad [57]$$

donde  $w_k$  es la abertura característica de fisura y  $w_{max}$  la abertura máxima de fisura, definida por la tabla 9.

Tabla 9. Tamaño máximo de fisura. (Tabla 5.1.1.2 EHE-08)		
Clase de exposición	$w_{max}$	
	Hormigón armado	Hormigón pretensado
I	0,4	0,2
Ila, IIb, H	0,3	0,2 <sup>1</sup>
IIIa, IIIb, IV, F	0,2	Descompresión
IIIc, Qa, Qb, Qc	0,1	

Teniendo en cuenta las clases de exposición definidas en la EHE-08, en el mejor de los casos nos encontramos en una clase IIa. Además, si la pieza se hormigona contra el terreno y no se ha dispuesto hormigón de limpieza, el recubrimiento mínimo será de 70 mm.

La abertura característica de fisura se calculará mediante la siguiente expresión:

$$w_k = \beta \cdot s_m \cdot \varepsilon_{sm} \quad [58]$$

<sup>1</sup> Adicionalmente deberá comprobarse que las armaduras activas se encuentran en la zona comprimida de la sección, bajo la combinación de acciones cuasipermanentes.

donde

$\beta =$  Coeficiente que relaciona la abertura media de fisura con el valor característico y vale 1,3 para la fisuración producida por acciones indirectas solamente y 1,7 para el resto de los casos.

$s_m =$  Separación media de fisuras, expresada en mm.

$$s_m = 2 \cdot c + 0.2 \cdot s + 0.4 \cdot k_1 \cdot \frac{\phi \cdot A_{c,eficaz}}{A_s}$$

$\varepsilon_{sm} =$  Alargamiento medio de las armaduras, teniendo en cuenta la colaboración del hormigón entre fisuras.

$$\varepsilon_{sm} = \frac{\sigma_s}{E_s} \cdot \left[ 1 - k_2 \cdot \left( \frac{\sigma_{sr}}{\sigma_s} \right)^2 \right] \leq 0.4 \cdot \frac{\sigma_s}{E_s}$$

$c =$  Recubrimiento de hormigón.

$s =$  Distancia entre barras longitudinales. Si  $s > 15 \cdot \phi$  se tomará  $s = 15 \cdot \phi$ .

$k_1 =$  Coeficiente que representa la influencia del diagrama de tracciones en la sección, de valor  $k_1 = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{8 \cdot \varepsilon_1}$ , donde  $\varepsilon_1$  y  $\varepsilon_2$  son

las deformaciones máxima y mínima calculadas en la sección fisurada, en los límites de la zona traccionada. En el caso de flexión simple  $k_1 = 0,125$ .

$\phi =$  Diámetro de la barra traccionada más gruesa o diámetro equivalente en el caso de grupo de barras.

$A_{c,eficaz} =$  Área de hormigón de la zona de recubrimiento. En vigas planas, muros y losas con  $s > 15 \cdot \phi$  se toma  $A_{c,eficaz} = \frac{h}{4} \cdot 15 \cdot \phi$ , donde  $h$  es el canto de la pieza.

$A_s =$  Sección total de las armaduras situadas en el área  $A_{c,eficaz}$ .

$\sigma_s =$  Tensión de servicio de la armadura pasiva en la hipótesis de sección fisurada.

$\sigma_{sr} =$  Tensión de la armadura en la sección fisurada en el instante en que se fisura el hormigón, lo cual se supone que ocurre cuando la tensión de tracción en la fibra más traccionada de hormigón alcanza el valor de  $f_{ct,m}$ .

$E_s =$  Módulo de deformación longitudinal del acero.

$k_2 =$  Coeficiente de valor 1,0 para los casos de carga instantánea no repetida y 0,5 para los restantes.

Las tensiones  $\sigma_s$  y  $\sigma_{sr}$  pueden obtenerse de manera simplificada mediante las expresiones:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{sr} &= \frac{M_{fis}}{0.8 \cdot d \cdot A_s} \\ \sigma_s &= \frac{M_k}{0.8 \cdot d \cdot A_s} \end{aligned} \right\} \quad [59]$$

donde

- $M_{fis}$  = Momento en el que la fibra más traccionada de hormigón alcanza el valor  $f_{ct,m}$ , que es  $f_{ct,m} = 0.30 \cdot \sqrt[3]{f_{ck}^2}$ .
- $M_k$  = Momento para el que se realiza la comprobación del estado límite de fisuración.

### 9.2.2. Cálculo de la puntera.

Se toma como sección de referencia la intersección del cimiento con la prolongación del intradós.

Las fuerzas que actúan son: En la cara superior el peso del relleno, generalmente despreciable, y el peso propio de la puntera. En la cara inferior la reacción del suelo, lo cual origina tracciones en esta cara.

Como en la mayoría de los casos el canto del cimiento es igual o mayor que el del alzado en su arranque, la armadura tipo 1 es igual o mayor que la necesaria para armar la puntera y su prolongación para este fin facilita el anclaje de la armadura del fuste y la organización de la ferralla.

### 9.2.3. Cálculo del talón.

La sección de referencia es la que resulta de intersectar la prolongación del trasdós con el cimiento.

Las fuerzas que actúan son: En la cara superior el peso del elemento contenido y el peso propio. En la cara inferior la reacción del terreno. Como resultado de todas las fuerzas se originan tracciones en la cara inferior del talón.

En la figura 33 se muestran distintos esquemas de armado para los tres tipos de muros ménsula: Con puntera y sin talón, con puntera y talón, y por último, sin puntera y con talón.

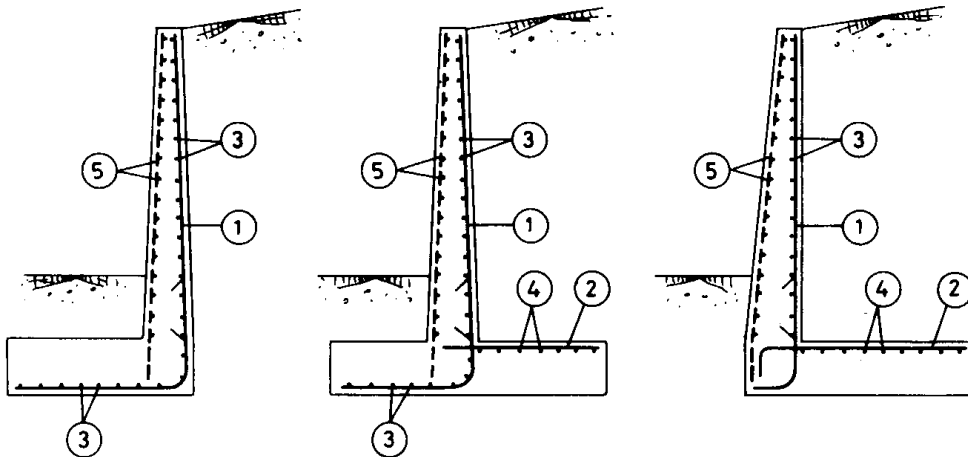


Figura 33. Distintos esquemas de armado.

Asimismo, se ha representado también la armadura de retracción y temperatura en la cara expuesta. Esta armadura basta con que arranque desde el nivel de la cara superior del cimiento, anclándose en éste la longitud  $l_b$  correspondiente, para lo cual debe disponerse la armadura de espera adecuada. Frecuentemente y por razones de apoyo durante el hormigonado, y dado que se facilita la puesta en obra, arranca desde el fondo del cimiento.

#### 9.2.4. Cálculo del tacón.

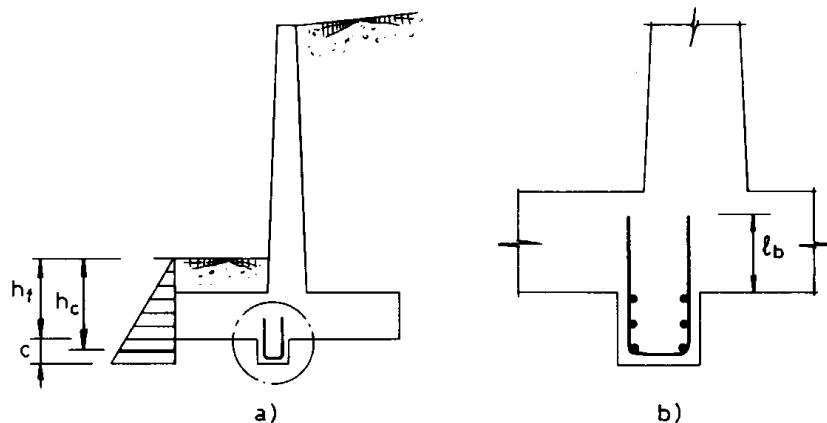


Figura 34. Variables y esquema de armado del tacón.

En el caso de que se necesite este elemento, su cálculo se realiza teniendo en cuenta que está sometido a una fuerza de resultante

$$E_{pt} = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot [(h_f + c)^2 - h_f^2] \cdot \frac{1 + \operatorname{sen} \phi}{1 - \operatorname{sen} \phi} \quad [60]$$

situada a una profundidad

$$h_c = \frac{2}{3} \cdot \frac{(h_f + c)^3 - h_f^3}{(h_f + c)^2 - h_f^2} \quad [61]$$

El esquema de armado, dadas las pequeñas dimensiones de los tacones usuales, puede organizarse tal y como se indica en la figura 34.

## 10. BIBLIOGRAFIA.

- Ayuso Muñoz, J. (1984). *Estructuras de hormigón para sostenimiento de tierras*. ETSIA Córdoba.
- Calavera Ruiz, J. (2001). *Muros de contención y muros de sótano*. 3ª edición. INTEMAC.
- Calavera Ruiz, J. (1999). *Proyecto y cálculo de estructuras de hormigón*. INTEMAC.
- EHE-08. (2008). *Instrucción de hormigón estructural*. Ministerio de Fomento.
- García Meseguer, A; Morán Cabré, F; Arroyo Portero, J.C. (2010). *Jiménez Montoya. Hormigón armado*. 15ª edición. Ed. Gustavo Gili. Barcelona.
- *Norma Básica de Edificación NBE AE-88. Acciones en la Edificación*. 1988. Ministerio de Obras Públicas y Urbanismo.