ONDAS ESTACIONARIAS

FUNDAMENTO

Una onda estacionaria es el resultado de la superposición de dos movimientos ondulatorios armónicos de igual amplitud y frecuencia que se propagan en sentidos opuestos a través de un medio. Pero la onda estacionaria NO ES una onda viajera, puesto que su ecuación no contiene ningún término de la forma kx-ωt. Por sencillez, tomaremos como ejemplo para ilustrar la formación de ondas estacionarias el caso de una onda transversal que se propaga en una cuerda sujeta por sus extremos en el sentido de izquierda a derecha (→); esta onda incide sobre el extremo derecho y se produce una onda reflejada que se propaga en el sentido de derecha a izquierda (←). La onda reflejada tiene una diferencia de fase de π radianes respecto a la incidente. La superposición de las dos ondas, incidente y reflejada, da lugar, en ciertas condiciones, a ondas estacionarias.

Ecuación de la onda incidente, sentido (→): $y_1 = A\cos(kx - \omega t)$ [1a]

Ecuación de la onda reflejada, sentido (←): $y_2 = A\cos(kx + \omega t + \pi)$ [1b]

En las ecuaciones [1a] y [1b], k representa el número de ondas $k = 2\pi/\lambda$ y ω es la frecuencia angular $\omega = 2\pi/T$, siendo λ y T la longitud de onda y el periodo, respectivamente.

El resultado de la propagación simultánea de ambas ondas, incidente y reflejada, es el siguiente:

$$y = y_1 + y_2 = A\cos(kx - \omega t) + A\cos(kx + \omega t) = 2A\,\mathrm{sen}\,kx\,\mathrm{sen}\,\omega t \qquad [2]$$

El término senωt representa la dependencia temporal, mientras que 2Asenkx es la amplitud, la cual obviamente depende de la posición x. Es decir, los distintos puntos de la cuerda vibran con la misma frecuencia angular ω pero con diferentes amplitudes[1].

Significado físico de la superposición expresada por la ecuación [2].

Como los puntos extremos de la cuerda están fijos por hipótesis, la vibración en ellos tiene que ser nula; es decir, si la cuerda donde se propagan las ondas tiene longitud L, en los extremos x = 0 y x = L han de verificarse en cualquier instante las condiciones siguientes:

$$y\big|_{x=0} = 2A\,\mathrm{sen}\,0 = 0 \qquad\qquad y\big|_{x=L} = 2A\,\mathrm{sen}\,kL = 0 \qquad [3]$$

De la condición expresada por la ecuación [3] se deduce que:

$$kL = n\pi \quad (n = \text{entero}) \quad \rightarrow \quad \frac{2\pi}{\lambda}L = n\pi \quad \rightarrow \quad L = n\frac{\lambda}{2} \qquad [4]$$

La ecuación [4] quiere decir que aparecen ondas estacionarias sólo en aquellos casos que cumplan la condición de *que la longitud de la cuerda sea un múltiplo entero de la semilongitud de onda.*

En una onda estacionaria se distinguen los puntos nodales (o simplemente nodos), que son aquellos puntos en que la amplitud es nula, es decir, posiciones donde no hay vibración; los vientres o antinodos de la onda estacionaria, por el contrario, son los puntos en donde la vibración se produce con la máxima amplitud posible.

La distancia entre dos nodos consecutivos es igual a media longitud de onda. En efecto, un nodo cualquiera, situado en la posición x_m, cumple la condición

$$\mathrm{sen}\,kx_m = 0 \qquad \rightarrow \qquad kx_m = m\pi \qquad \rightarrow \qquad x_m = m\frac{\lambda}{2}$$

donde m toma todos los valores sucesivos m = 1, 2,..., n-1.

La frecuencia más baja para la que se observan ondas estacionarias en una cuerda de longitud L es la que corresponde a n = 1 en la ecuación [4]. Ésta se denomina *frecuencia*

[1] En la siguiente página web puede encontrarse un applet que contiene una buena representación gráfica: http://www.sc.ehu.es/sbweb/fisica/ondas/estacionarias/estacionarias.html#Explicación%20de%20las%20ondas%20estacionarias%20en%20una%20cuerda

fundamental, y cuando la cuerda vibra de este modo no se presentan nodos intermedios entre sus dos extremos. La siguiente posibilidad en la ecuación [4], el caso n = 2, se llama segundo armónico, y presenta un nodo intermedio. En la figura 1 aparece una representación de diversos armónicos.

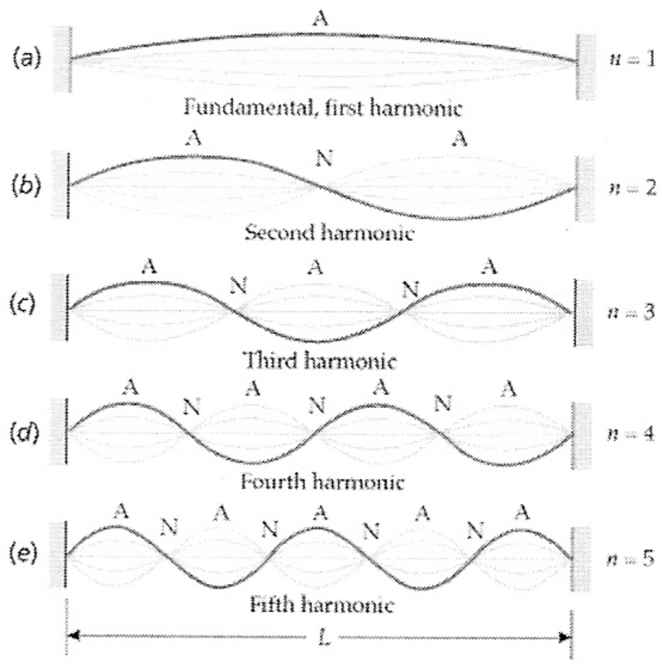

Figura 1. Armónicos en una cuerda vibrante. Se representan desde el fundamental (a) hasta el 5º armónico (d). N indica los nodos, A los antinodos.

Velocidad de propagación de las ondas en una cuerda

En una cuerda de densidad lineal μ (masa por unidad de longitud) sometida a la tensión T, la velocidad de propagación de una onda viene dada por

$$v = \sqrt{\frac{T}{\mu}} \qquad [5]$$

Considerando además la relación entre la velocidad de propagación, la frecuencia y la longitud de onda, $v = f\lambda$, puede demostrarse que las frecuencias para las que se observarán ondas estacionarias en una cuerda están dadas por:

$$f_n = \frac{n}{2L}\sqrt{\frac{T}{\mu}} \qquad [6]$$

PARTE EXPERIMENTAL

Utilizaremos una cuerda flexible de masa M para el estudio de las ondas estacionarias. Cuando esta cuerda se someta a una tensión T, su longitud será L, es decir, se producirá un alargamiento L-L_0, donde L_0 es su longitud en ausencia de tensión. Supondremos que la cuerda obedece la ley de Hooke, por lo que la relación entre tensión y alargamiento será proporcional:

$$T = A(L - L_0) \qquad [7]$$

Llamaremos μ_0 a la densidad lineal de masa antes de someter la cuerda a tensión, y μ a la densidad lineal de masa cuando la cuerda se somete a la tensión T. Es decir,

$$\mu_0 = \frac{M}{L_0} \qquad \mu = \frac{M}{L} \qquad [8]$$

Las frecuencias a las que aparecerán ondas estacionarias para un determinado alargamiento vendrán dadas por:

$$f_n = \frac{n}{2}\sqrt{\frac{A}{M}\frac{(L - L_0)}{L}} \qquad [9]$$

La ecuación [9] nos indica que pueden hacerse los siguientes tratamientos de datos.

1. Para un alargamiento dado (valor de L fijo), representación gráfica de las frecuencias f_n frente al número del armónico n. Como la observación directa del fundamental (n = 1) es difícil ya que no aparecen nodos intermedios, el ajuste lineal f_n frente a n nos permite medir la frecuencia del fundamental.
2. Representación gráfica de las frecuencias f_n de un determinado armónico (es decir, para un valor de n fijo) frente a la raíz cuadrada del alargamiento $\sqrt{\frac{L - L_0}{L}}$, que se va variando. El resultado debe ser una línea recta de cuya pendiente puede deducirse la constante elástica A de la cuerda flexible si se ha medido previamente su masa.

Realícese el montaje mostrado en la figura 2, usando un generador de ondas para proporcionar señal al vibrador mecánico. Se utilizará una cuerda flexible para la formación de ondas estacionarias, y variaremos la longitud de la cuerda incrementando la separación del soporte donde se ha anudado el otro extremo de la cuerda flexible.

Deben tomarse medidas de las frecuencias de los armónicos 2 hasta 8 para cinco alargamientos $\frac{L - L_0}{L}$ distintos. Se sugiere usar alargamientos entre 10% y 50%.

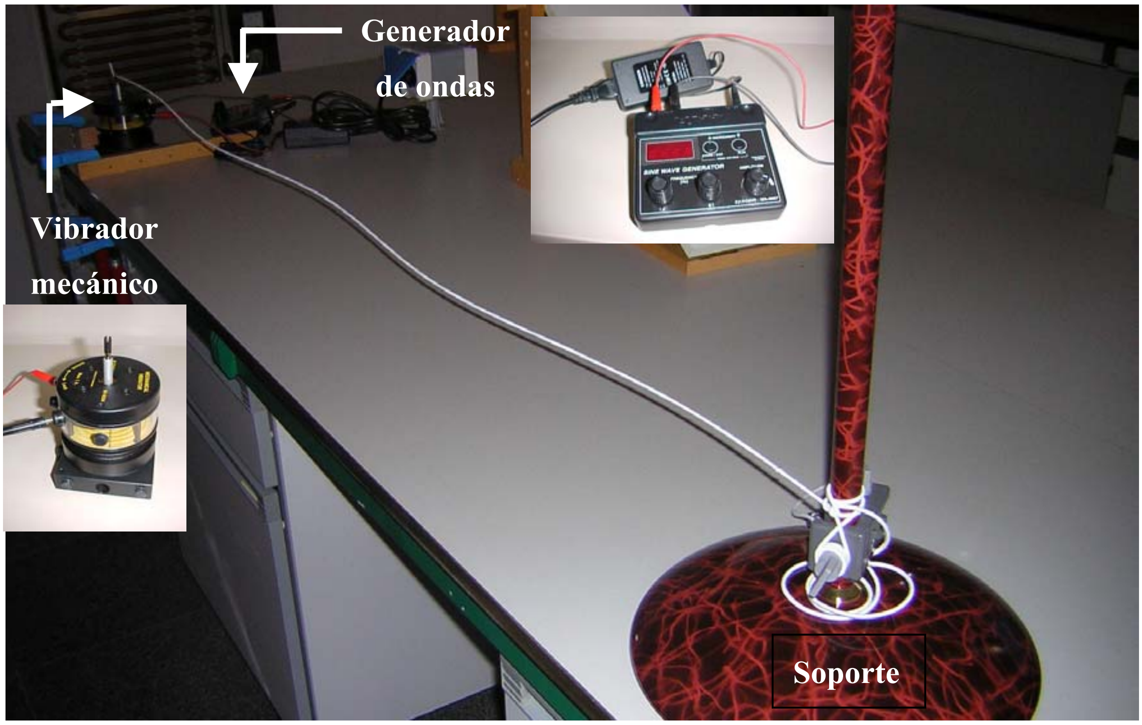

Figura 2. Montaje para estudio de ondas estacionarias. El vibrador mecánico debe sujetarse firmemente para evitar que vuelque cuando se estira la cuerda flexible.

<u>MEDIDAS</u>

Anote inicialmente la densidad lineal de masa de la cuerda flexible usada (que será facilitada por el profesor) y mida con una cinta métrica una longitud L_0 comprendida entre 1 y 2 metros (distancia entre el vibrador mecánico y el soporte cuando la cuerda flexible está sin tensar). Calcule la masa de este trozo de cuerda.

A continuación repita 5 veces el siguiente protocolo:

Alargue la cuerda separando el soporte del vibrador mecánico, y mida la longitud L. Conecte el generador de ondas, que inicialmente marcará 100 Hz, y disminuya la frecuencia hasta encontrar el octavo armónico (n = 8, siete nodos intermedios). Anote la frecuencia correspondiente, y luego siga bajando la frecuencia anotando los armónicos inmediatos inferiores hasta llegar al segundo.

(Repita el protocolo del párrafo anterior para cinco longitudes L distintas).

TRATAMIENTO DE DATOS

1. Utilice una representación gráfica apropiada de la ecuación [6] para obtener la frecuencia fundamental para cada uno de los alargamientos que se han medido.

2. Utilice una representación gráfica apropiada de la ecuación [9] para obtener el valor de la constante elástica *A* de la cuerda flexible empleada. Compare el valor resultante con otros valores obtenidos a partir de diferentes armónicos.

EJEMPLO DE MEDIDAS

Cuerda flexible utilizada: L_0 = 214 cm, $\mu_0 = 4.28\cdot10^{-3}$ kg/m, M = $9{,}17\cdot10^{-3}$ kg.

Tabla 1. En negrita, frecuencias medidas (Hz) para los armónicos indicados en la columna izquierda y longitudes L indicadas (cm). Casillas sombreadas: valores de alargamientos $(L-L_0)/L$ en tantos por uno.

	L = 239	L = 251	L = 278	L = 303	L = 325	L = 359
n	0,105	0,147	0,230	0,294	0,342	0,404
2	**--**	**12,1**	**12,5**	**12,7**	**12,9**	**13,2**
3	**17,9**	**18,2**	**18,8**	**19,1**	**19,4**	**19,7**
4	**23,8**	**24,4**	**25,2**	**25,4**	**25,9**	**26,4**
5	**29,8**	**30,5**	**31,4**	**31,8**	**32,3**	**32,7**
6	**35,7**	**36,6**	**37,6**	**38,1**	**38,8**	**39,3**
7	**41,7**	**42,7**	**44,0**	**44,6**	**45,3**	**45,8**
8	**47,6**	**48,8**	**50,3**	**51,0**	**51,8**	**52,4**

PREGUNTAS

1. Demuestre la ecuación [2].

2. Demuestre la ecuación [6].

3. Demuestre la ecuación [9].

4. ¿Están igualmente separados los puntos nodales de aquellos que tienen amplitud máxima? ¿A qué distancia comparada con la longitud de onda?

LINK INTERESANTE

http://teleformacion.edu.aytolacoruna.es/FISICA/document/fisicaInteractiva/Ondasbachillerato/tiposOndasEstacion_hwang/tiposOndas_Hwang.htm