

## ÍNDICE

1. Ley de Faraday .....	1
2. Ley de Lenz.....	8
3. Fuerza electromotriz de movimiento .....	12
4. Dinamos y alternadores.....	17
5. Verificación experimental de la ley de Faraday .....	20
6. Anexo. Resultados experimentales .....	22
7. Bibliografía .....	23
8. Referencias .....	24

## 1. LEY DE FARADAY

Michael Faraday comunicó en 1831 sus primeras observaciones cuantitativas sobre fenómenos relacionados con campos eléctricos y magnéticos dependientes del tiempo. Observó la aparición de corrientes transitorias en circuitos en las tres situaciones siguientes: (i) cuando se establecía o se suspendía una corriente estacionaria en otro circuito próximo; (ii) si un circuito cercano por el que circulaba una corriente estacionaria se movía respecto del primero; y (iii) si se introducía o retiraba del circuito un imán permanente.

Faraday tuvo el mérito de comprender las características comunes de estos tres experimentos y atribuyó el origen de las corrientes transitorias a las *variaciones* del flujo magnético que atravesaba el circuito. *El cambio común en los tres experimentos citados es la variación del número de líneas de campo magnético que atraviesa el circuito donde se producen las corrientes transitorias.* En la interpretación de Faraday, la variación del flujo magnético<sup>1</sup> a través del circuito origina una fuerza electromotriz (f.e.m.) inducida responsable de la aparición de la corriente transitoria (desde ahora, corriente inducida). Recordemos que la definición de flujo magnético a través de una superficie es:

---

<sup>1</sup> El flujo magnético ha sido definido en un tema anterior. En particular se ha hecho referencia previa a la proporcionalidad entre el flujo magnético a través de una superficie y el número de líneas de campo que la atraviesan.

$$\Phi_B \equiv \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (\text{Definición de flujo magnético}) \quad (1)$$

Cuantitativamente la f.e.m. inducida depende del ritmo de cambio del flujo: no importa el número concreto de líneas de campo atravesando el circuito, sino su variación por unidad de tiempo. La relación entre f.e.m. inducida y variación de flujo constituye la Ley de Faraday:

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{Ley de Faraday}) \quad (2)$$

donde  $\Phi_B$  es el flujo magnético que atraviesa el área delimitada por el circuito.

La característica esencial de la variación de flujo magnético a través de cualquier superficie es que induce un campo eléctrico *no electrostático* en el contorno que delimita este área. Las líneas de campo son *cerradas* y el campo eléctrico inducido es un campo no conservativo<sup>2</sup>; la f.e.m. inducida está definida como la circulación de este campo a lo largo del contorno:

$$\mathcal{E} \equiv \oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} \quad (\text{definición de f.e.m.}) \quad (3)$$

El subíndice  $C$  en la integral indica que el producto escalar del integrando se realiza en los puntos pertenecientes al contorno, y el círculo que rodea la integral simboliza que ésta se calcula sobre el contorno completo. En la figura 1 se esquematiza la situación para un circuito formado por una única espira (no necesariamente formada por material conductor) situada dentro de un campo magnético variable.

---

<sup>2</sup> A diferencia del campo electrostático, cuya circulación a lo largo de cualquier trayectoria cerrada es nula.

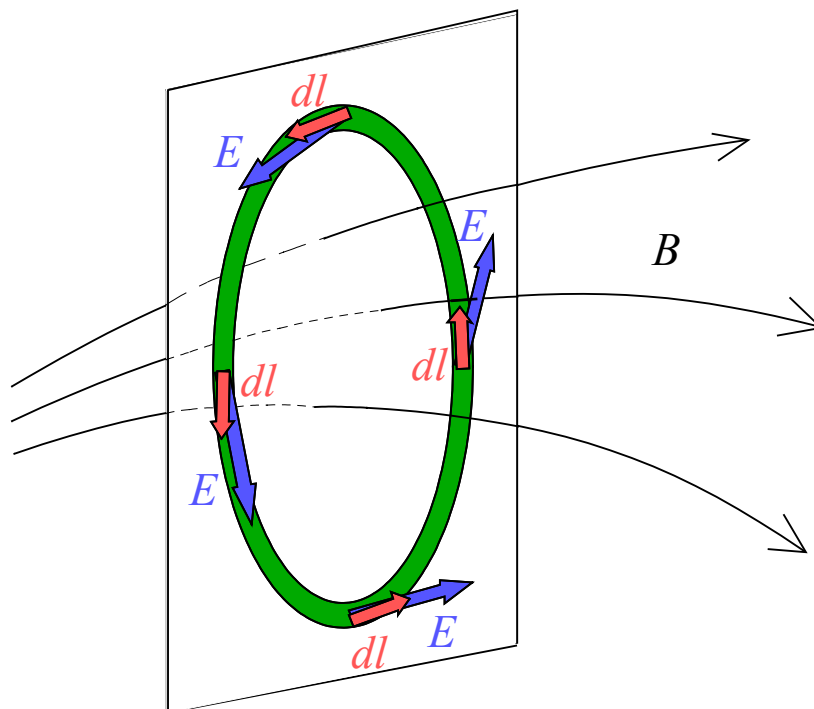


Figura 1. Campo eléctrico inducido por un campo magnético variable

El significado físico de la f.e.m. se deduce de la ecuación (3) si consideramos una carga arbitraria que se mueve en un circuito conductor por la acción del campo inducido: la integral del segundo miembro de la ecuación representa el trabajo por unidad de carga a lo largo del circuito completo, porque se está integrando la componente tangencial de la fuerza por unidad de carga. El movimiento de cargas debido al campo inducido en los circuitos conductores origina las corrientes transitorias que observó Faraday. Debe observarse que la f.e.m. inducida está distribuida a través del circuito, a diferencia de las fuentes de f.e.m. de los circuitos eléctricos, que están situadas en lugares específicos de los mismos.

La ley de Faraday puede escribirse como una relación integral entre los campos eléctrico y magnético a partir de las definiciones de flujo y f.e.m. (ecuación (4)). La superficie  $S$  a través de la que calculamos el flujo es una superficie delimitada por el contorno  $C$  donde se calcula la f.e.m..

$$\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d}{dt} \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} \quad (4)$$

En las ecuaciones (2) y (4) aparece un signo negativo que está relacionado con el sentido de la f.e.m. inducida. Aunque en el apartado siguiente trataremos esto basándonos en las corrientes inducidas, podemos también deducir formalmente el sentido de la f.e.m. a partir de la ley de Faraday. Haremos esto seguidamente, pero conviene antes puntualizar algo sobre el signo del flujo.

El flujo de un campo vectorial a través de un área es una cantidad escalar que puede ser positiva o negativa, y ello depende de la orientación relativa de los vectores campo y superficie. A veces existe un criterio claro para determinar el sentido positivo de uno de ellos. Por ejemplo, cuando se define el flujo del campo eléctrico en conexión con el teorema de Gauss, siempre tratamos con superficies cerradas de modo que el vector superficie elemental en cada punto está dirigido en sentido saliente, y en consecuencia el signo del flujo dependerá exclusivamente del sentido de las líneas de campo. Sin embargo, cuando tratamos con el flujo magnético consideramos superficies no cerradas y por eso no puede hablarse sin ambigüedad de sentido entrante o saliente. Para determinar el sentido positivo en un área elemental empleamos la regla de la mano derecha, curvando los dedos alrededor del contorno de la misma en sentido antihorario: decimos entonces que el pulgar apunta en sentido positivo. Pero esto depende de la perspectiva con que observemos el área. Por ejemplo, en la superficie plana de la figura 2(a) el sentido positivo es el señalado por el vector  $\mathbf{S}$  si se mira desde la parte superior, pero es el contrario si se mira desde abajo. Por tanto, en todos los razonamientos que siguen debemos tener en cuenta que los signos del flujo dependen del sentido que arbitrariamente hayamos tomado como positivo para el vector superficie.

Para deducir el sentido de la f.e.m. inducida en un ejemplo sencillo nos remitimos a la figura 2. Supongamos que hemos escogido como sentido positivo para el vector superficie el de la figura 2(a). Esto significa que para nosotros un giro antihorario es positivo. Sea la dirección del campo magnético la que aparece en la figura 2(b), formando un ángulo menor que  $90^\circ$  con  $\mathbf{S}$ . El flujo magnético es entonces positivo, pues el producto escalar  $\mathbf{B} \cdot \mathbf{S}$  es positivo. Supongamos ahora que el campo  $\mathbf{B}$  aumenta su módulo con el tiempo sin variar su dirección -figura 2(c)-. Tal aumento implica que la derivada del flujo respecto al tiempo es positiva. Y de acuerdo con la

ley de Faraday, esto produce una f.e.m. *negativa*. ¿Qué significa f.e.m. *negativa*? Puesto que adoptamos al principio el giro antihorario como sentido positivo, la f.e.m. negativa está asociada con un giro horario. Es decir, *el campo eléctrico inducido* en este caso particular está dirigido *en sentido horario* a lo largo del contorno de la figura 2(c). En ella se ha representado la f.e.m. mediante una flecha en sentido horario para ilustrar el razonamiento cualitativo, pero no ha de olvidarse que la f.e.m. es una magnitud *escalar*: siempre que se hace referencia a su signo mediante una flecha en uno de los dos sentidos estamos en realidad dibujando el sentido del vector campo eléctrico inducido (esto es análogo a la esquematización habitual en circuitos eléctricos, donde se representa la intensidad -escalar- junto a una flecha que en realidad indica el sentido del vector densidad de corriente).

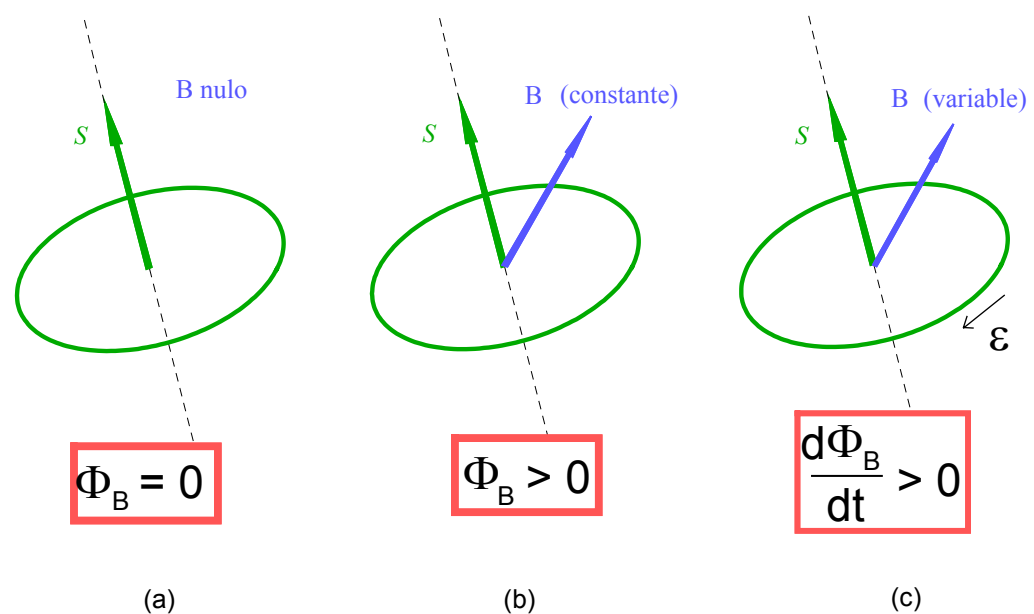


Figura 2. Signo de la f.e.m. inducida a partir de la ley de Faraday (discusión en el texto)

El sentido positivo del vector superficie se escoge arbitrariamente. La realidad física de la situación no cambia al invertir esta elección, de modo que si el campo magnético no modifica su orientación ni su ritmo de variación, la f.e.m. inducida no debe modificarse. Es decir, aunque se

invierta el sentido de  $\mathbf{S}$  en la figura 2(c), la f.e.m. inducida no debe variar. Puede verse que así ocurre efectivamente: la diferencia con la situación descrita en el párrafo anterior es que ahora el sentido de referencia positivo es el horario, y el ángulo formado por ambos vectores es mayor de  $90^\circ$ . En consecuencia el flujo es negativo. Si el campo magnético crece, la derivada del flujo es también negativa. Al aplicar la ley de Faraday, la f.e.m. resulta entonces positiva. Pero ahora el sentido positivo es el dirigido hacia abajo, de modo que la f.e.m. sigue asociada al sentido horario. Es posible ilustrar cualitativamente estas consideraciones a través de un sistema que nos permita registrar la f.e.m. inducida cuando varía el flujo magnético. En particular, puede utilizarse el montaje de un osciloscopio conectado a una bobina de Helmholtz y registrar el pulso de inducción producido cuando se hace pasar un imán a través de la bobina<sup>3</sup> (figura 3).

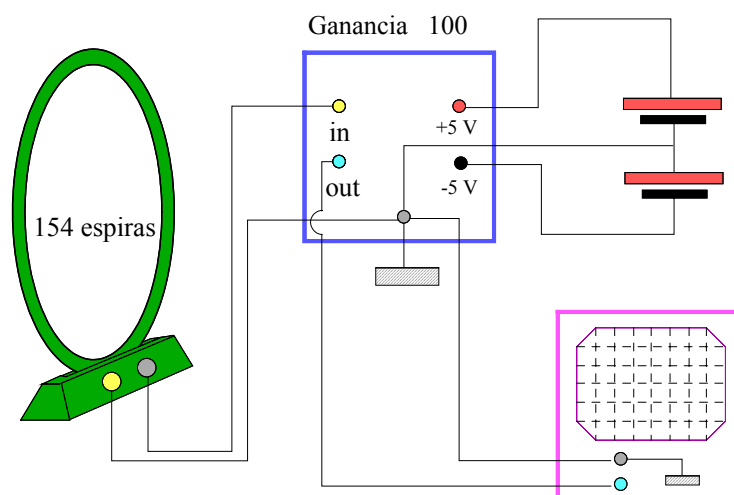


Figura 3. Montaje para registrar un pulso de inducción

Es necesario introducir un amplificador para obtener valores típicos de algunos centenares de mV (conocer los detalles técnicos del montaje no es imprescindible para la demostración). El pulso de inducción que obtenemos tiene el perfil indicado cualitativamente en la figura 4, y a partir de él

<sup>3</sup> La demostración puede hacerse también de forma cuantitativa [He93, Ma94]. Esto requiere utilizar un carril de aire con un sistema de puertas fotoeléctricas para medir la velocidad del imán. También puede refinarse empleando un ordenador y un equipo de adquisición de datos, pero la aparatosidad del equipo hace inviable utilizar el fenómeno en una demostración de clase. Puede emplearse mejor como práctica de laboratorio.

pueden discutirse los casos correspondientes a las distintas orientaciones relativas del imán y la bobina. Cuando acercamos el imán a la bobina, la f.e.m. crece en valor absoluto hasta el momento en que el extremo del polo delantero del imán corta el plano de la bobina, pues la variación de flujo magnético es positiva y cada vez mayor (el número de líneas de campo que pasa a través de la superficie es creciente). Durante el paso del imán se produce una caída rápida de la f.e.m. inducida (zona (a) en la figura 4), porque la variación de flujo disminuye primero a medida que el polo delantero atraviesa el plano de la espira, y luego cambia de signo cuando es el polo trasero el que está pasando (zona (b) en la figura 4). El perfil presentado en la figura 4 se invierte, obteniéndose su simétrico respecto del eje de tiempos si se invierte la orientación del imán, o si se intercambian las conexiones de la bobina.

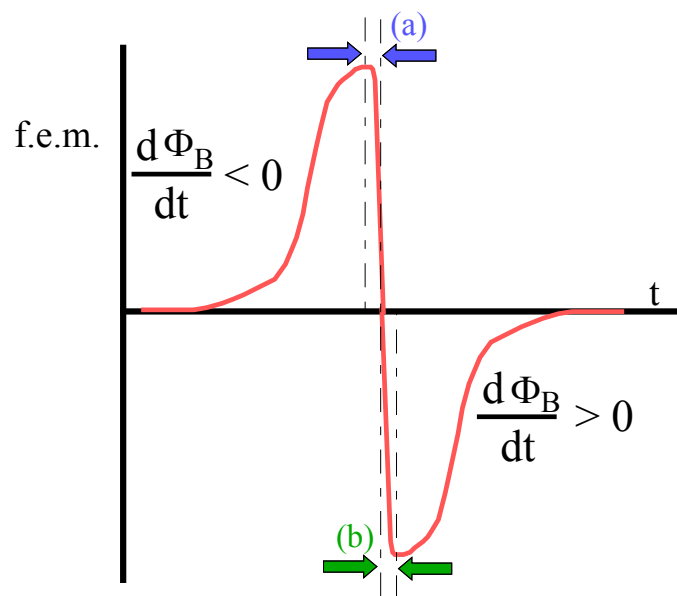


Figura 4. Pulso de inducción cuando un imán atraviesa el plano de una bobina de Helmholtz.



## 2. LEY DE LENZ

En 1834 Heinrich F. Lenz enunció una regla que permite determinar el sentido de la corriente inducida en un circuito cerrado. Esta regla se conoce como Ley de Lenz, y se enuncia del modo siguiente:

Una corriente inducida en un circuito cerrado tiene tal sentido que se opone al *cambio* que la produce.

El signo negativo de la ley de Faraday está íntimamente relacionado con esta noción de oposición. Es importante puntualizar que la ley de Lenz se refiere a *corrientes inducidas*, y no a fuerzas electromotrices inducidas. Esto significa que sólo puede aplicarse directamente a circuitos cerrados; si el circuito no está cerrado, debemos razonar en términos de qué sucedería si lo estuviese, para de esta forma predecir el sentido de la f.e.m.

Para ilustrar el significado de la ley de Lenz nos referiremos de nuevo al ejemplo de la barra imantada cuyo acercamiento o alejamiento produce variaciones de flujo a través de una espira. Ahora supondremos que la espira es conductora, de modo que la f.e.m. inducida origina una corriente. Interpretaremos la ley de Lenz aplicándola a este experimento de dos maneras distintas pero equivalentes.

- 1) Puesto que la corriente inducida en la espira produce un campo magnético, la espira se comporta como un pequeño imán orientado al contrario que el imán externo (figura 5). Si la barra imantada se acerca con el polo norte por delante, la cara de la espira enfrentada con ella es también un polo norte. Ambos polos se repelen mutuamente, y la regla de la mano derecha nos dice que para producir en la espira el efecto de un imán con esta orientación es necesario que la corriente inducida circule en sentido contrario a las agujas del reloj.

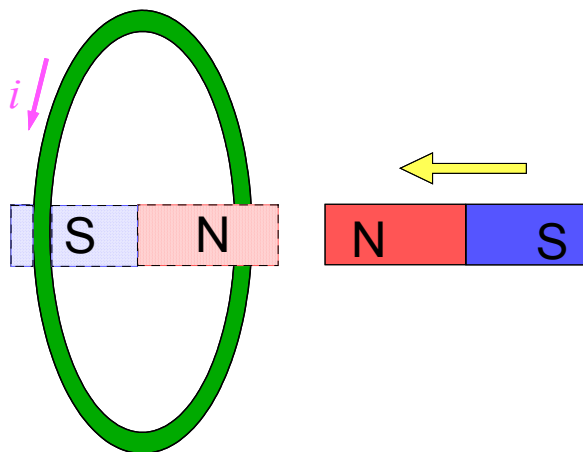


Figura 5. La espira se comporta como un pequeño imán que se opone a la aproximación.

En caso de que la barra se aleje de la espira, ésta se comporta como un pequeño imán cuyo polo sur estuviese enfrentado al polo norte (se invertiría el imán dentro de la espira). Ahora la aplicación de la regla de la mano derecha nos dice que esta orientación de los polos en la espira requiere una corriente inducida circulando en el sentido de las agujas del reloj<sup>4</sup>.

En la interpretación de la ley de Lenz, el movimiento de la barra imantada es el *cambio* que produce la corriente inducida. La corriente actúa *en sentido opuesto* al movimiento.

- 2) Interpretaremos ahora la situación de un modo diferente, en términos de las líneas de campo magnético. En la figura 6 se muestran las líneas del campo del imán y las que la corriente inducida origina en la espira. El *cambio* a que se refiere la ley de Lenz es ahora la variación de flujo magnético a través de la espira. Cuando la barra imantada se acerca a la espira, la densidad de líneas de campo se incrementa porque la espira intercepta un mayor

<sup>4</sup> Si la barra se acerca o se aleja de la espira con su polo sur por delante, la corriente inducida tendrá en cada caso el sentido contrario al explicado en el texto.

número de ellas (líneas discontinuas en la figura 6) ; en consecuencia se incrementa el flujo magnético, y la corriente inducida se opondrá a este cambio a través del campo magnético asociado con ella (líneas continuas de la figura 6). La aplicación de la regla de la mano derecha nos dice ahora que para producir un campo magnético de esta orientación la corriente inducida debe tener sentido antihorario.

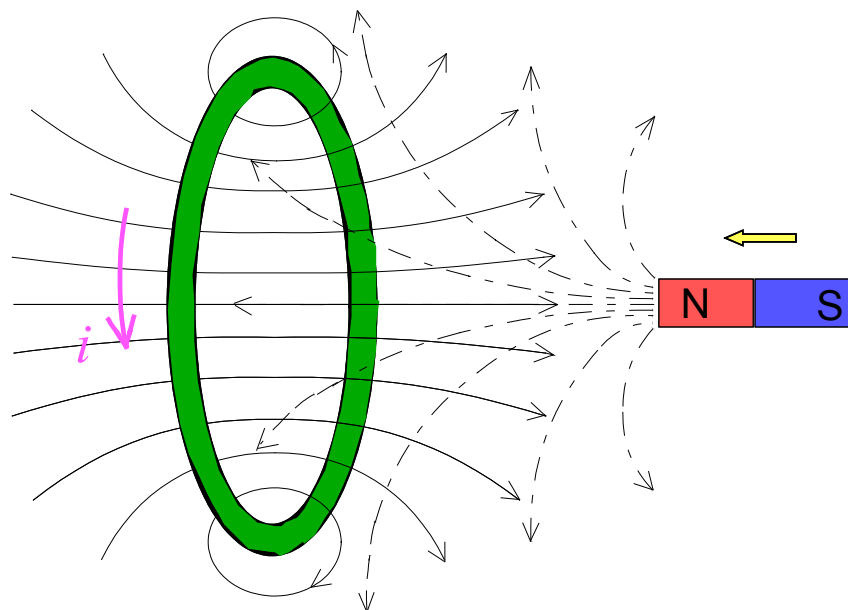


Figura 6. Las líneas discontinuas representan el campo magnético del imán. Las líneas continuas son las del campo magnético inducido.

Puntualicemos que el campo magnético inducido *no es intrínsecamente opuesto* al campo magnético de la barra imantada; el campo inducido se opone a los cambios del campo de la barra que se traducen en cambios en el flujo a través de la espira, y existen cuatro posibilidades, según acerquemos o alejemos la barra imantada con su polo norte o polo sur enfrentado a la espira.

## La Ley de Lenz y la conservación de la energía

Consideraremos ahora la ley de Lenz desde un punto de vista complementario: nos preguntamos qué sucedería si la corriente inducida actuase *a favor* del cambio que la produce, en lugar de oponerse a él. Como ejemplo, veamos que ocurriría si cuando acercamos una barra imantada con su polo norte orientado hacia la espira, ésta respondiese con una corriente inducida en sentido horario. Esto equivaldría a crear un pequeño imán con el polo sur enfrentado al polo norte de la barra que se aproxima. Es decir, tendríamos enfrentados dos imanes por sus polos opuestos, de manera que se atraerían entre sí. Por tanto, el movimiento de la barra imantada sería acelerado, ganando energía cinética (tanto más cuanto mayor fuese su velocidad) sin ningún impulso exterior al sistema espira+barra; y además, ello produciría un aumento de flujo cada vez más rápido en la espira, cuyo efecto inmediato sería mayor intensidad de la corriente inducida. Como consecuencia, aparecería energía térmica en la espira, pues esta corriente disiparía cada vez más potencia en la resistencia óhmica de la espira (efecto Joule). Es evidente que esto es físicamente imposible, pues se trata de un fenómeno prohibido por el principio de conservación de la energía. En realidad, si se lleva a cabo el experimento moviendo la barra imantada hacia la espira (o alejándola de ella), aparece una fuerza opuesta al sentido del movimiento que termina por detenerlo. Si se desea mantener la barra con velocidad constante es necesario realizar trabajo contra dicha fuerza, y este trabajo debe ser exactamente igual a la energía térmica disipada por la corriente en la espira (estamos considerando como aislado y sin rozamientos el sistema espira+barra). Cuanto más rápido sea el movimiento, mayor es la potencia disipada, y el trabajo realizado sobre la barra por unidad de tiempo debe ser mayor.

Como observación final, digamos que si se abre la espira por algún punto, entonces ya no tenemos ningún circuito cerrado donde pueda circular la corriente inducida, de modo que no habrá ninguna energía térmica disipada en la espira, ni fuerza opuesta al movimiento de la barra, ni se requerirá realizar trabajo alguno sobre ella para mantener su movimiento uniforme. Pero esto no significa que la f.e.m. inducida sea nula.

### 3. F.E.M. DE MOVIMIENTO

Hasta aquí hemos considerado variaciones de flujo debidas a variaciones del campo magnético. A partir de este momento trataremos otras situaciones en las que no es el campo magnético quien sufre el cambio que origina la fuerza electromotriz. Veremos que el movimiento de cuerpos conductores dentro de campos magnéticos origina la denominada *f.e.m. de movimiento*.

Supongamos que una varilla conductora rectilínea viaja con velocidad constante a través de una región donde existe un campo magnético uniforme  $\mathbf{B}$  (figura 7). La varilla de longitud  $L$  se mueve perpendicularmente a las líneas del campo magnético y el origen del movimiento se toma a conveniencia en la posición marcada como  $t = 0$ . La varilla corta en su movimiento las líneas de campo, barriendo en un tiempo dado un área rectangular tanto mayor cuanto mayor sea su velocidad. Así, en un instante cualquiera  $t$  el área barrida (que se encuentra marcada como  $S$  en la figura 7, y cuyo sentido positivo se ha elegido *arbitrariamente* como opuesto al del campo magnético) es  $S = Lx = Lvt$ .

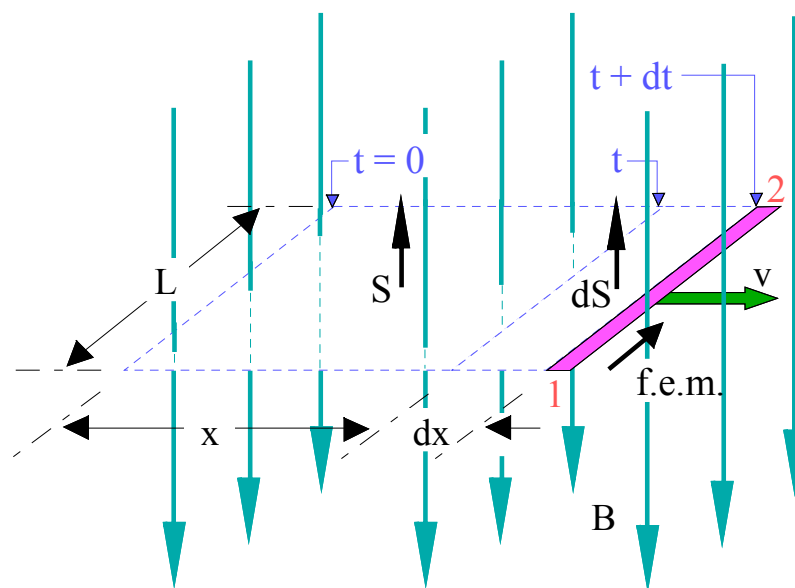


Figura 7. F.e.m. de movimiento

Obsérvese que a través de esta superficie, limitada por líneas punteadas en la figura 7, existe flujo magnético. Pero la causa de la f.e.m. inducida no es el flujo, sino su variación. Por tanto centremos nuestra atención en el área rectangular  $d\mathbf{S}$  que representa la variación de superficie en el intervalo  $dt$ . Fácilmente se ve que su módulo es  $dS = L dx = Lv dt$ . Como los vectores  $\mathbf{B}$  y  $d\mathbf{S}$  son antiparalelos, la variación de flujo en el intervalo  $dt$  es:

$$d\Phi_B = \mathbf{B} \cdot d\mathbf{S} = -BLvdt \quad (5)$$

Y la f.e.m. inducida es:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = BLv \quad (6)$$

Interpretemos ahora el resultado. De la ecuación (5) resulta que la variación de flujo con el tiempo es negativa; por tanto la f.e.m. es positiva de acuerdo con la ley de Faraday. Este signo debe atribuirse al sentido positivo asociado con  $d\mathbf{S}$ . En la figura 6 se representa la f.e.m. a lo largo de la varilla por medio de una flecha que apunta en el sentido del campo eléctrico inducido, del extremo 1 al extremo 2. Puede comprobarse fácilmente que si en la descripción de la misma situación física hubiésemos elegido como sentido positivo de  $d\mathbf{S}$  el paralelo y no el antiparalelo al campo magnético, el resultado para la f.e.m. hubiera sido el mismo.

Hay una interpretación alternativa para la aparición de la f.e.m. inducida en la varilla en el sentido 1→2. Las cargas libres situadas dentro de la varilla se mueven con respecto a las líneas de campo magnético con la misma velocidad que ésta. La fuerza magnética por unidad de carga originada por este movimiento es:

$$\frac{\mathbf{F}}{q} = \mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (7)$$

La f.e.m. inducida puede calcularse como la componente tangencial de la fuerza por unidad de carga a lo largo de cualquier trayectoria cerrada, de acuerdo con la interpretación física de la ecuación (3). En la varilla, esta fuerza y el elemento de longitud son paralelos (figura 8).

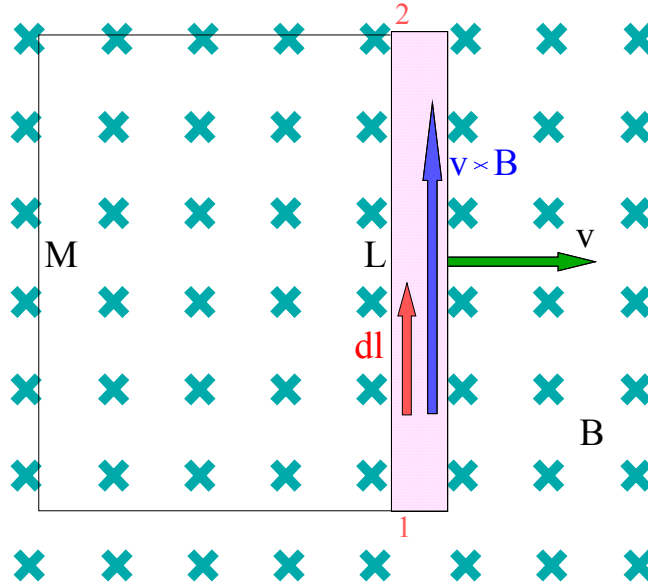


Figura 8. Circuito cerrado para el cálculo de la f.e.m. inducida. El tramo L representa la varilla móvil. Los tres restantes (R), son fijos.

Para el cálculo de la f.e.m. puede escogerse en particular una trayectoria cerrada formada por la varilla móvil y tres tramos fijos. La integral cerrada puede calcularse dividiendo el camino en dos partes: la primera en sentido  $1 \rightarrow 2$  a lo largo de la propia varilla (longitud  $L$ ) y la segunda en sentido  $2 \rightarrow 1$  a lo largo del camino fijo  $M$  formado por los tres tramos restantes.

$$\mathcal{E} \equiv \oint (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} = \int_{1(L)}^2 (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} + \int_{2(M)}^1 (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} \quad (8)$$

Pero la segunda integral del segundo miembro es nula si el camino  $M$  no se mueve respecto a las líneas del campo  $\mathbf{B}$ , por lo que el resultado para la f.e.m. es el mismo obtenido en la ecuación (6):

$$\mathcal{E} = \int_{1(L)}^2 (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \cdot d\mathbf{l} = vB \int_{1(L)}^2 dl = BLv \quad (9)$$

Respecto al signo de la f.e.m. así obtenido, nótese que depende de qué sentido se escoja como positivo para el elemento de longitud de la varilla. Si se elige el mismo sentido del campo eléctrico inducido, el valor obtenido al integrar en el sentido del mismo ( $1 \rightarrow 2$ ) será positivo. En caso contrario,

será negativo. Pero en los dos casos el resultado significa que el campo inducido apunta en el sentido (1→2).

### **Corriente inducida por la f.e.m. de movimiento**

En la varilla conductora que acabamos de considerar podemos hablar de f.e.m. inducida, pero no de corriente inducida pues para esto es necesario un circuito *conductor* cerrado. Supongamos que cerramos el circuito colocando tres conductores a lo largo del camino M de la figura 8 de manera que la varilla deslice sin rozamiento (pero de forma que haya buen contacto eléctrico) por encima de dos de ellos colocados horizontalmente como raíles. Sea R la resistencia eléctrica del conjunto. Ahora en el circuito hay una fuente de f.e.m. cuyo valor está dado por la ecuación (6) o alternativamente por la ecuación (9). En consecuencia circulará corriente en sentido antihorario (pues éste es el sentido de la f.e.m.). De acuerdo con la ley de Ohm su valor I será:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{BLv}{R} \quad (10)$$

La presencia de corriente en el circuito implica que en la resistencia del mismo se disipará potencia por efecto Joule. La energía disipada sólo puede provenir de la energía cinética de la varilla, único elemento móvil del circuito. Lo cual significa que al cerrar el circuito e iniciarse el paso de corriente la varilla irá disminuyendo su velocidad hasta terminar por detenerse a menos que se le suministre energía desde el exterior. Esto es una manifestación de la ley de Lenz, que también puede razonarse en términos de la fuerza magnética  $F_m$  opuesta al movimiento que actúa sobre la varilla en el seno del campo magnético cuando por ella pasa corriente (ver figura 9).



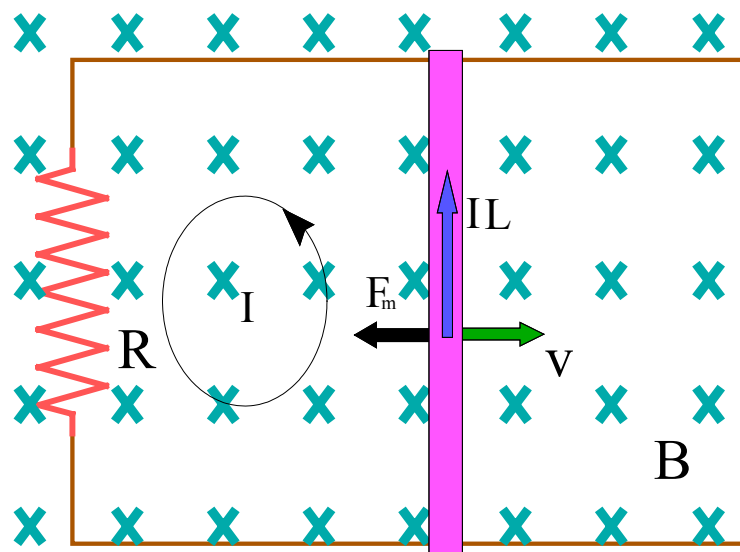


Figura 9. Corriente inducida por la f.e.m. de movimiento.  
Fuerza magnética opuesta al movimiento de la varilla móvil.

Teniendo en cuenta que la intensidad de corriente es proporcional a la velocidad de la varilla (ecuación (10)), la fuerza magnética sobre ella se escribe:

$$\mathbf{F}_m = I(\mathbf{L} \times \mathbf{B}) = -\frac{B^2 L^2}{R} \mathbf{v} \quad (11)$$

Si  $m$  es la masa de la varilla, es inmediato demostrar que la velocidad decrece exponencialmente con el tiempo desde su valor inicial  $v$  hasta anularse:

$$v(t) = v \cdot e^{-kt} \quad (12)$$

donde  $k = B^2 L^2 / (mR)$ .

## 4. DINAMOS Y ALTERNADORES

Los trabajos de Faraday supusieron el inicio de una revolución en las aplicaciones de la corriente eléctrica. Gracias al fenómeno de inducción pueden construirse generadores que convierten la energía mecánica en energía eléctrica de una forma eficiente. Consideraremos aquí los dos tipos básicos, la dinamo para la producción de corriente continua y el alternador. No se pretende entrar en los detalles de la construcción, sino ilustrar los fundamentos físicos de su funcionamiento.

### La dinamo de Faraday

Una dinamo consiste en un disco conductor que gira alrededor de su eje perpendicular dentro de un campo magnético. Para simplificar supondremos que este campo es uniforme en sentido entrante en la región que ocupa la dinamo, la cual mantiene una velocidad angular constante en sentido antihorario (figura 10). Podemos trazar un circuito cerrado que comprenda el área barrida en un intervalo  $dt$  por un radio cualquiera (área sombreada; el radio se representa en rojo) y calcular la variación temporal de flujo a través de  $dS$ :

$$\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{Ba^2}{2}\omega \quad (13)$$

donde  $a$  es el radio del disco. Se ha tomado como sentido positivo del vector superficie el mismo de la velocidad angular, que es opuesto a  $\mathbf{B}$ ; de ahí el signo negativo en la ecuación (13). La ley de Faraday nos dice entonces que la f.e.m. inducida es positiva ( $\varepsilon = Ba^2\omega/2$ ), es decir, está asociada con un giro antihorario en el contorno del área  $dS$ . Esto significa que a través del radio situado entre los dos contactos de la dinamo (línea roja en la figura (10)) el campo eléctrico inducido tiene sentido periferia→centro, y por lo tanto para una resistencia conectada exteriormente el centro del disco funciona como polo positivo y la periferia como polo negativo.

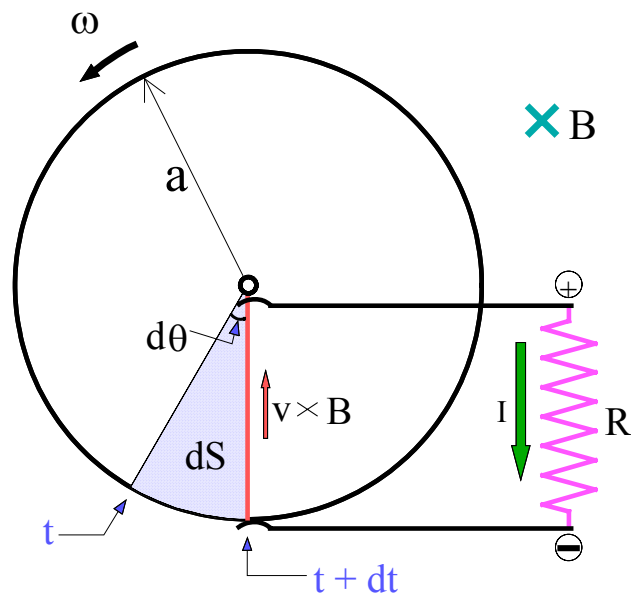


Figura 10. Esquema del funcionamiento de una dinamo. El radio señalado en rojo barre la superficie. Este movimiento respecto a las líneas de  $B$  produce f.e.m. inducida. Se muestra un circuito exterior y la polaridad del dispositivo.

Una forma alternativa de interpretar la situación es ver directamente que el producto  $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  (donde  $\mathbf{v}$  es la velocidad de un elemento de longitud en la dirección radial) apunta siempre desde la periferia hacia el centro, dado el sentido de giro de este ejemplo y la orientación de su campo magnético.

A partir de energía mecánica invertida en hacer girar el disco puede obtenerse corriente continua, pues mientras dure el movimiento circular uniforme del disco se mantendrá una f.e.m. constante en la alimentación del circuito exterior.

## El alternador

La mayor parte de la energía utilizada por el mundo contemporáneo se produce mediante generadores de corriente alterna. El ejemplo más simple de esta clase de dispositivos es una bobina en rotación dentro de un campo magnético uniforme. Los extremos de la espira se conectan a unos anillos deslizantes que giran con ella y que a su vez hacen contacto con unas escobillas. Si se hace girar la espira alrededor de su eje (línea punteada en la

figura 11) cambia la orientación relativa de los vectores superficie y campo magnético, produciendo una variación de flujo dada por:

$$\frac{d\Phi}{dt} = BS \frac{d}{dt} \cos(\omega t + \delta) = -BS\omega \sin(\omega t + \delta) \quad (14)$$

donde  $\omega$  es la velocidad angular con que gira la espira y  $\delta$  es la fase inicial del movimiento, que representa el ángulo que formaban los vectores campo y superficie en el origen de tiempos.

Este cambio de flujo produce una f.e.m. sinusoidal dada por:

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = BS\omega \sin(\omega t + \delta) = \varepsilon_0 \sin(\omega t + \delta) \quad (15)$$

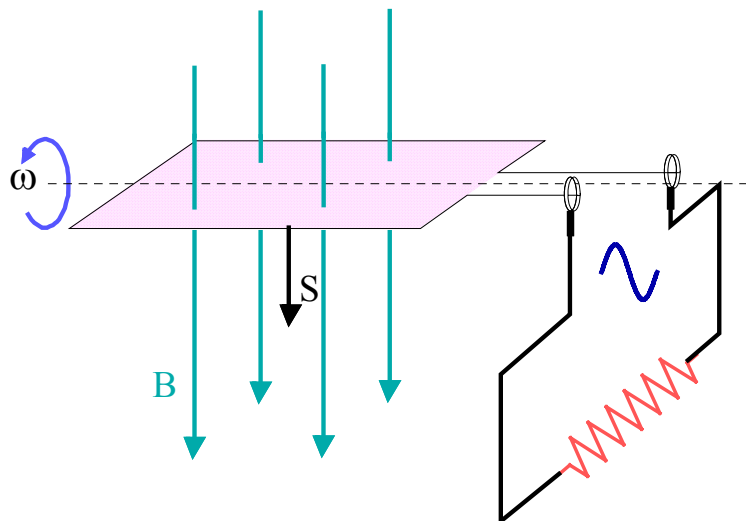


Figura 11. Esquema básico de un alternador. Se presenta en un instante del movimiento de rotación en que la superficie de la espira es perpendicular al campo  $\mathbf{B}$ .

La f.e.m. sinusoidal produce en el circuito exterior una corriente alterna, puesto que la intensidad cambia de sentido periódicamente al invertirse la polaridad de la fuente.

## 5. COMPROBACIÓN EXPERIMENTAL DE LA LEY DE FARADAY [Ba94]

(Esta parte del tema está basada en una publicación docente del autor, cuya separata se acompaña)

Un solenoide ideal está formado por un conjunto de  $N_i$  espiras arrollado compactamente sobre un cilindro de longitud  $L_i$  muy estrecho en comparación con su longitud. En el interior de un sistema como éste, el campo magnético permanece sensiblemente constante y dirigido a lo largo de su eje. El dispositivo para el estudio de la ley de Faraday consiste en un solenoide (solenoide *interno* a partir de aquí) sobre el cual se han enrollado muy estrechamente apretadas y en su parte central  $N_e$  espiras (solenoide *externo*).

Cuando pasa una corriente de intensidad  $I$  el campo magnético en el interior del solenoide largo viene dado por la ecuación (16):

$$B = \mu_0 \frac{N_i}{L_i} I \quad (16)$$

donde la constante  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$  es la permeabilidad del vacío (prácticamente igual a la del aire en ausencia de materiales ferromagnéticos).

Si el área de la base del solenoide interno es  $S$ , el flujo magnético que atraviesa una sección recta del mismo es:

$$\Phi = \mathbf{B} \cdot \mathbf{S} = \mu_0 \frac{N_i}{L_i} IS \quad (16)$$

Haciendo pasar una corriente variable por el solenoide interno se consigue variar el flujo. En este caso empleamos una corriente sinusoidal:

$$I = I_0 \text{sen } \omega t \quad (17)$$

Esta variación de flujo es detectada conectando un voltímetro al solenoide externo (figura 12). En valor absoluto la f.e.m. inducida es:

$$\varepsilon = \frac{d\Phi}{dt} = \mu_0 N_e \frac{N_i}{L_i} S \frac{dI}{dt} = \mu_0 N_e \frac{N_i}{L_i} S I_0 \omega \cos(\omega t) \quad (18)$$

En términos de los valores eficaces, este resultado puede escribirse:

$$\varepsilon_{ef} = \mu_0 N_e \frac{N_i}{L_i} S \omega I_{ef} \quad (19)$$

Es decir, la f.e.m. inducida es proporcional a la intensidad eficaz. En la constante de proporcionalidad interviene la permeabilidad  $\mu_0$  y un conjunto de factores que depende de los detalles de construcción del montaje. La representación gráfica de valores experimentales de voltajes frente a intensidades (valores eficaces en ambos casos) rinde una línea recta:

$$\varepsilon_{ef} = C \mu_0 I_{ef} \quad (20)$$

donde  $C = N_i N_e S \omega / L_i$  es la constante del aparato. La determinación experimental de la pendiente de esta recta proporciona una medida de  $\mu_0$ . La comparación del valor así obtenido con el valor exacto nos permite verificar la ley de Faraday.

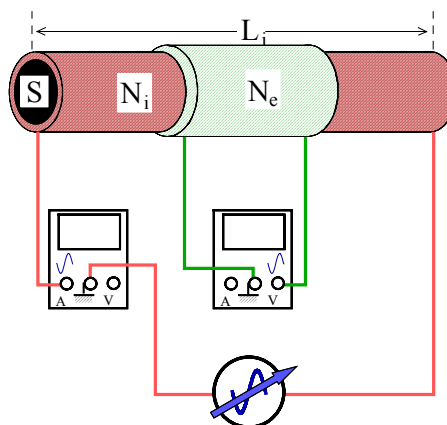


Figura 12. Montaje para la verificación experimental de la ley de Faraday. Se utiliza una fuente regulable de f.e.m.

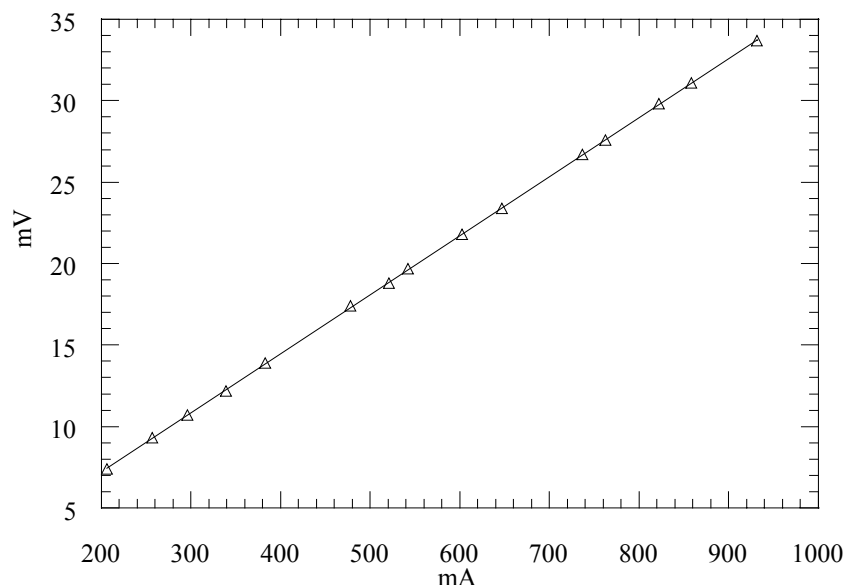
## ANEXO

## Resultados experimentales

En la gráfica siguiente se presentan los datos obtenidos con un solenoide construido enrollando hilo sobre un lapicero redondo. El solenoide interno fue construido artesanalmente enrollando  $N=610$  espiras de cable para bobinado (diámetro  $e = 0.30$  mm) sobre el lapicero en dos capas de espiras, formando un cilindro de longitud  $L = 102.00$  mm y diámetro externo  $D_e = 8.50$  mm. Todas las longitudes fueron medidas con un calibre capaz de apreciar  $0.05$  mm. Teniendo en cuenta el espesor del hilo, se tomó como diámetro medio del solenoide  $D = D_e - 2e = 7.90$  mm. La presencia del lapicero contribuye a la rigidez mecánica que requiere el montaje, pero no afecta a las medidas a realizar al no tratarse de un material ferromagnético.

El solenoide exterior se fabricó superponiendo  $N_e = 315$  espiras del mismo hilo, también en dos capas, inmediatamente por encima del bobinado del inductor interno, y equidistantes sus extremos de los bordes de aquel para verificar así la condición de que toda la variación de flujo en el solenoide interno contribuya a la f.e.m. inducida.

La constante de este aparato (ver ecuación (20)) es:  $C = (2.90 \pm 0.04) \cdot 10^4 \Omega \cdot \text{m}/\text{H}$



Medidas de f.e.m. inducida en función de la corriente (valores eficaces). Los triángulos indican los puntos experimentales, y en trazo continuo aparece la recta de ajuste.

La pendiente experimental de la recta de ajuste es  $m = (3.627 \pm 0.005) \cdot 10^{-2} \Omega$ , con un coeficiente de correlación  $r = 0.999985$ . Con estos datos, y utilizando que la pendiente experimental es  $m = C\mu_0$ , se obtiene para la permeabilidad un valor:

$$\mu_0 = (1.25 \pm 0.02) \cdot 10^{-7} \text{ H/m.}$$

## BIBLIOGRAFÍA

### Para el alumno

Halliday, D.; Resnick, R. “*Fundamentos de Física*” (vol. 2), Compañía Editorial Continental, 1986.

Roller, D.E.; Blum, R. “*Física*” (vol. 2), Reverté, 1983-86.

Tipler, P.A.; “*Física*” (vol. 2), Reverté, 1992.

### Para el profesor

Feynman, R.P.; Leighton, P.B.; Sands, M. “*Física*” (vol. 2), Addison-Wesley Iberoamericana, 1987

Jackson, J.D. “*Electrodinámica Clásica*”, Alhambra. Madrid, 1975.

Purcell, E. M. “*Electricidad y Magnetismo*” (Curso de Física de Berkeley, vol. 2). Reverté, 1968.



## REFERENCIAS

- [Ba94] Barbero, A. J.; Manzanares, J. A.; Mafé, S.; “*Induced EMF in a solenoid: a simple quantitative verification of Faraday's law*”. **Physics Education** **29** (1994) 102-105.
- [He93] Herrán, C.; “*Estudio elemental de la inducción electromagnética con un equipamiento de laboratorio asistido por ordenador*”. **Revista Española de Física** **7** (1993) 44-49.
- [Ma94] Manzanares, J. A.; Bisquert, J.; García Belmonte, G.; Fernández, M.; “*An experiment on voltage induction pulses*”. **American Journal of Physics** **62** (1994) 702-706.