

Contenido

PRESENTACIÓN	V
CONTENIDO.....	VII
NOMENCLATURA	XV
ABREVIATURAS.....	XIX
OPERADORES.....	XX
UNIDADES	XXI
INTRODUCCIÓN	1
1 LA MECÁNICA.....	1
2 ¿QUÉ ES LA MECÁNICA DEL CONTINUO?.....	1
2.1 Hipótesis de la Mecánica del Continuo	1
2.2 El Medio Continuo	2
3 ESCALA DE ESTUDIO DE LOS MATERIALES.....	3
3.1 Escala de Estudio de la Mecánica del Continuo	3
4 PROBLEMA DE VALOR DE CONTORNO INICIAL.....	6
4.1 Solución del Problema.....	6
4.2 Simplificaciones del Problema	7
4.2.1 Simplificación desde del Punto de vista de la Cinemática	7
4.2.2 Simplificación desde del Punto de vista del Material	7
4.2.3 Simplificación desde del Punto de vista de la Dimensión.....	9
5 CONTENIDO DEL LIBRO.....	9
1 TENSORES.....	11
1.1 INTRODUCCIÓN	11
1.2 VECTORES	12
1.3 SISTEMA DE COORDENADAS.....	18
1.3.1 Sistema de Coordenadas Rectangulares.....	18
1.3.2 Representación de los Vectores en el Sistema de Coordenadas Cartesianas.....	19
1.3.3 Convenio de Suma de Einstein.....	22
1.4 NOTACIÓN INDICIAL.....	23
1.4.1 Delta de Kronecker	25
1.4.2 Símbolo de Permutación.....	26
1.5 OPERACIONES ALGEBRAICAS CON TENSORES.....	31
1.5.1 Diádicas	31
1.5.1.1 Representación de las Componentes de un Tensor de Segundo Orden en la Base Cartesiana.....	36
1.5.2 Propiedades de los Tensores.....	38
1.5.2.1 Transpuesta.....	38
1.5.2.2 Simetría y Antisimetría	39
1.5.2.3 Cofactor de un Tensor. Adjunta de un Tensor.....	46
1.5.2.4 Traza de un Tensor.....	46
1.5.2.5 Tensores Particulares.....	48

1.5.2.6	Determinante de un Tensor.....	50
1.5.2.7	Inversa de un Tensor	53
1.5.2.8	Tensores Ortogonales (Transformación Ortogonal).....	56
1.5.2.9	Tensor Definido Positivo, Definido Negativo y Tensor Semi-Definido	57
1.5.2.10	Descomposición Aditiva de Tensores	59
1.5.3	Ley de Transformación de las Componentes de Tensores.....	61
1.5.3.1	Transformada de Coordenadas en 2 Dimensiones	67
1.5.4	Autovalores y Autovectores de un Tensor.....	71
1.5.4.1	Ortogonalidad de los Autovectores.....	74
1.5.4.2	Solución de la Ecuación Cúbica	76
1.5.5	Representación Espectral de Tensores	79
1.5.6	Teorema de Cayley-Hamilton.....	84
1.5.7	Módulo de un Tensor	86
1.5.8	Tensor Isótropo y Anisótropo	87
1.5.9	Tensores Coaxiales	88
1.5.10	Descomposición Polar.....	89
1.5.11	Derivada Parcial con Tensores.....	91
1.5.11.1	Derivada Parcial de los Invariantes.....	93
1.5.11.2	Derivada Temporal de Tensores.....	94
1.5.12	Tensor Esférico y Desviador.....	95
1.5.12.1	Primer Invariante del Tensor Desviador	96
1.5.12.2	Segundo Invariante del Tensor Desviador	96
1.5.12.3	Tercer Invariante del Tensor Desviador.....	98
1.6	FUNCIONES DE TENSORES	100
1.6.1	Series de Tensores	100
1.6.2	Función Isótropa de Tensores.....	101
1.6.3	Derivada Parcial de Función de Tensores	103
1.7	NOTACIÓN DE VOIGT	106
1.7.1	Tensores Identidad en Notación de Voigt	107
1.7.2	Producto Escalar en Notación de Voigt.....	108
1.7.3	Leyes de Transformación en Notación de Voigt	108
1.7.4	Representación Espectral en Notación de Voigt.....	109
1.7.5	Tensor Desviador en Notación de Voigt.....	110
1.8	CAMPO DE TENSORES	113
1.8.1	Campo Escalar	114
1.8.2	Gradiente	114
1.8.3	Divergencia.....	119
1.8.4	Rotacional	121
1.8.5	Campo Conservativo.....	124
1.9	TEOREMAS CON INTEGRALES.....	125
1.9.1	Integración por Partes.....	125
1.9.2	Teorema de la Divergencia.....	125
1.9.3	Independencia del Camino.....	128
1.9.4	Teorema de Kelvin-Stokes.....	129
1.9.5	Identidades de Green.....	131
1.10	COORDENADAS CILÍNDRICAS Y ESFÉRICAS	132
1.10.1	Sistema de Coordenadas Cilíndricas.....	132
1.10.2	Sistema de Coordenadas Esféricas	135
APÉNDICE A. REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE UN TENSOR.....		139
A.1	INTRODUCCIÓN	139
A.2	PROYECCIÓN DE UN TENSOR DE SEGUNDO ORDEN SOBRE UNA DIRECCIÓN.....	139
A.2.1	Componente Normal y Tangencial.....	139
A.2.2	Máxima y Mínima Componente Normal.....	141
A.2.3	Máxima y Mínima Componente Tangencial de un Tensor Simétrico.....	141
A.3	REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE UN TENSOR DE SEGUNDO ORDEN ARBITRARIO	144

A.3.1 Representación Gráfica de un Tensor de Segundo Orden Simétrico. Círculo de Mohr	149
A.3.1.1 Obtención Gráfica del Vector Proyección en el Círculo de Mohr	152
A.4 ELIPSOIDE DEL TENSOR	154
A.5 REPRESENTACIÓN GRÁFICA DE LA PARTE ESFÉRICA Y DESVIADORA	155
A.5.1 Tensiones Octaédricas.....	155
2 CINEMÁTICA DEL CONTINUO.....	163
2.1 INTRODUCCIÓN	163
2.2 EL MEDIO CONTINUO.....	164
2.2.1 Tipos de Movimientos	165
2.2.1.1 Movimiento de Cuerpo Rígido.....	165
2.2.2 Tipos de Configuraciones del Medio Continuo.....	167
2.2.2.1 Densidad de Masa.....	168
2.3 DESCRIPCIÓN DEL MOVIMIENTO.....	169
2.3.1 Coordenadas Materiales y Espaciales.....	169
2.3.2 Vector Desplazamiento.....	170
2.3.3 Vector Velocidad.....	170
2.3.4 Vector Aceleración	170
2.3.5 Descripción Lagrangiana y Euleriana	170
2.3.5.1 Descripción Material o Lagrangiana del Movimiento.....	170
2.3.5.2 Descripción Espacial o Euleriana del Movimiento	171
2.3.5.3 Variables Lagrangianas y Eulerianas	171
2.4 DERIVADA MATERIAL	176
2.4.1 Velocidad y Aceleración Euleriana.....	178
2.4.2 Campo Estacionario	179
2.4.3 Línea de Corriente	181
2.5 GRADIENTE DE DEFORMACIÓN	183
2.5.1 Introducción	183
2.5.2 Estiramiento y Alargamiento Unitario.....	183
2.5.3 Gradiente de Deformación Material y Espacial.....	184
2.5.4 Tensor Gradiente de los Desplazamientos (Material y Espacial).....	188
2.5.5 Derivada Material del Gradiente de Deformación. Derivada Material del Determinante del Jacobiano.....	192
2.5.5.1 Derivada Material de \mathbf{F} . Tensor Gradiente Espacial de Velocidad.....	192
2.5.5.2 Tensor Tasa de Deformación y Tensor Spin	193
2.5.5.3 Derivada Material de \mathbf{F}^{-1}	195
2.5.5.4 Derivada Material del Determinante del Jacobiano.....	196
2.6 TENSORES DE DEFORMACIÓN FINITA.....	198
2.6.1 Tensor Material de Deformación.....	199
2.6.2 Tensor Espacial de Deformación (Tensor de Deformación de Almansi).....	204
2.6.3 Tasas de los Tensores de Deformación.....	206
2.6.3.1 Tasa del Tensor Derecho de Deformación de Cauchy-Green.....	206
2.6.3.2 Tasa del Tensor de Deformación de Green-Lagrange	206
2.6.3.3 Tasa del Tensor \mathbf{C}^{-1}	207
2.6.3.4 Tasa del Tensor Izquierdo de Deformación de Cauchy-Green	207
2.6.3.5 Tasa del Tensor de Deformación de Almansi.....	208
2.6.3.6 Relación entre la Tasa del Tensor de Deformación de Almansi y el Tensor Tasa de Deformación.....	208
2.6.4 Interpretación Física de los Tensores de Deformación.....	210
2.6.4.1 Relaciones entre Tensores de Deformación, Estiramiento y Alargamiento Unitario.....	211
2.6.4.2 Variación de Ángulo.....	213
2.6.4.3 Interpretación Física de las Componentes de los Tensores de Deformación. Tensor Derecho de Estiramiento.....	214

2.7 CASOS PARTICULARES DEL MOVIMIENTO	216
2.7.1 Deformación Homogénea.....	216
2.7.2 Movimiento de Cuerpo Rígido.....	216
2.8 DESCOMPOSICIÓN POLAR DE \mathbf{F}	220
2.8.1 Representación Espectral de los Tensores de Deformación.....	222
2.8.2 Evolución de la Descomposición Polar.....	228
2.8.3 Tasas de los Tensores de Deformación en Función de los Estiramientos	233
2.9 DEFORMACIÓN DE ÁREA Y DE VOLUMEN	241
2.9.1 Deformación del Diferencial de Área	241
2.9.1.1 Derivada Material del Diferencial de Área	243
2.9.2 Deformación del Diferencial de Volumen.....	244
2.9.2.1 Derivada Material del Diferencial de Volumen	246
2.9.2.2 Deformación Volumétrica	246
2.9.2.3 Deformación Isocórica, Incompresibilidad.....	246
2.10 DOMINIOS MATERIALES Y DOMINIOS DE CONTROLES.....	247
2.10.1 Dominios Materiales	247
2.10.2 Dominios de Controles	248
2.11 ECUACIONES DE TRANSPORTE	249
2.12 CIRCULACIÓN Y VORTICIDAD	250
2.13 DESCOMPOSICIÓN DEL MOVIMIENTO EN UNA PARTE ISOCÓRICA Y OTRA VOLUMÉTRICA.....	252
2.13.1 Invariantes Principales.....	254
2.14 DEFORMACIÓN INFINITESIMAL.....	255
2.14.1 Tensores de Deformación y Spin Infinitesimales	257
2.14.2 Estiramiento. Alargamiento Unitario	259
2.14.3 Variación de Ángulo	259
2.14.4 Interpretación Física del Tensor de Deformación Infinitesimal.....	260
2.14.4.1 Deformación Ingenieril	261
2.14.5 Deformación Volumétrica Lineal.....	264
2.14.6 Caso Bidimensional (Deformación Plana)	265
2.14.7 Tensor de Deformación Infinitesimal en Coordenadas Cilíndricas y Esféricas.....	265
2.14.7.1 Coordenadas Cilíndricas.....	265
2.14.7.2 Coordenadas Esféricas	265
2.15 OTRAS MEDIDAS DE DEFORMACIÓN	269
2.15.1 Motivación.....	269
2.15.2 Tensor de Deformación Logarítmica.....	271
2.15.3 Tensor de Deformación de Biot.....	272
2.15.4 Unificación de los Tensores de Deformación	272
2.15.5 Las Medidas de Deformación en Una Dimensión (1D).....	273
2.15.5.1 Deformación de Cauchy o Ingenieril o Deformación Lineal.....	273
2.15.5.2 Deformación Logarítmica o Deformación de Hencky o Deformación Verdadera.....	273
2.15.5.3 Deformación de Green-Lagrange.....	274
2.15.5.4 Deformación de Almansi.....	274
2.15.5.5 Deformación de Swaiger	274
2.15.5.6 Deformación de Kuhn	274
3 TENSIONES	277
3.1 INTRODUCCIÓN	277
3.2 FUERZAS.....	277
3.2.1 Fuerzas de Superficie	278
3.2.2 Fuerzas Gravitatorias	278
3.3 TENSORES DE TENSIONES.....	279
3.3.1 Tensor de Tensiones de Cauchy	280
3.3.1.1 Vector Tensión	280
3.3.1.2 Postulado Fundamental de Cauchy	281

3.4 RELACIONES ENTRE EL VECTOR TENSIÓN Y EL TENSOR DE TENSIONES	284
3.4.1 Convenio de Signos	285
3.4.2 Tensión y Presión Media. Estado Hidrostático	286
3.4.3 Otras Medidas de Tensión.....	295
3.4.3.1 Primer Tensor de Tensiones de Piola-Kirchhoff	295
3.4.3.2 Tensor de Tensiones de Kirchhoff.....	296
3.4.3.3 Segundo Tensor de Tensiones de Piola-Kirchhoff.....	297
3.4.3.4 Tensor de Tensiones de Biot	297
3.4.3.5 Tensor de Tensión de Mandel.....	298
3.4.4 Representación Espectral de los Tensores de Tensiones	300
3.5 ECUACIÓN DE EQUILIBRIO	302
3.5.1 Ecuación de Equilibrio en Notación de Voigt.....	304
3.5.2 Ecuación de Equilibrio en la Descripción Material.....	304
3.6 SIMETRÍA DEL TENSOR DE TENSIONES DE CAUCHY	305
3.7 TENSIONES EN COORDENADAS CILÍNDRICAS Y ESFÉRICAS	309
3.7.1 Coordenadas Cilíndricas	309
3.7.1.1 Ecuación de Equilibrio en Coordenadas Cilíndricas.....	309
3.7.2 Coordenadas Esféricas.....	313
3.7.2.1 Ecuación de Equilibrio en Coordenadas Esféricas	314
3.8 ESTADO TENSIONAL EN DOS DIMENSIONES.....	318
3.8.1 Tensión Plana	318
3.8.2 Ecuaciones de Equilibrio en 2D.....	319
3.8.2.1 Ecuaciones de Equilibrio en Coordenadas Polares.....	319
3.8.3 Ley de Transformación en 2D.....	320
3.8.4 Tensiones y Direcciones Principales en 2D.....	324
3.8.5 Círculo de Mohr en 2D.....	329
4 OBJETIVIDAD DE TENSORES	335
4.1 INTRODUCCIÓN	335
4.2 OBJETIVIDAD DE TENSORES.....	336
4.2.1 “Tensor” Gradiente de Deformación.....	339
4.2.2 Tensores de Deformación.....	340
4.2.3 Tensores de Tensiones.....	341
4.3 TASAS DE TENSORES.....	343
4.3.1 Tasas Objetivas de Tensores.....	344
4.3.1.1 Tasa Convectiva	345
4.3.1.2 Tasa de Oldroyd.....	345
4.3.1.3 Tasa de Cotter-Rivlin.....	346
4.3.1.4 Tasa de Jaumann-Zaremba.....	347
4.3.1.5 Tasa de Green-Naghdi o Tasa Polar.....	348
4.3.2 Tasas Objetivas de Tensores de Tensiones	348
5 ECUACIONES FUNDAMENTALES DE LA MECÁNICA DEL MEDIO CONTINUO	353
5.1 INTRODUCCIÓN	353
5.2 DENSIDAD.....	354
5.2.1 Densidad de Masa.....	354
5.3 FLUJO	355
5.4 TEOREMA DEL TRANSPORTE DE REYNOLDS.....	356
5.4.1 Teorema del Transporte de Reynolds para un Volumen con Discontinuidades.....	357
5.5 LEY DE CONSERVACIÓN	359
5.6 PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DE LA MASA. ECUACIÓN DE CONTINUIDAD DE MASA ..	360
5.6.1 Ecuación de Continuidad en la Descripción Material.....	362
5.6.2 Medio Incompresible	364
5.6.3 Ecuación de Continuidad de Masa para Volumen con Discontinuidades.....	364
5.7 PRINCIPIO DE LA CONSERVACIÓN DEL MOMENTO LINEAL. ECUACIONES DE MOVIMIENTO.....	366

5.7.1	Momento Lineal.....	366
5.7.2	Principio de la Conservación del Momento Lineal.....	366
5.7.3	Ecuaciones de Movimiento para Volumen con Discontinuidades	369
5.8	PRINCIPIO DE CONSERVACIÓN DEL MOMENTO ANGULAR. SIMETRÍA DEL TENSOR DE TENSIONES DE CAUCHY	371
5.8.1	Momento Angular	371
5.8.2	Principio de la Conservación del Momento Angular.....	371
5.9	PRINCIPIO DE LA CONSERVACIÓN DE LA ENERGÍA. ECUACIÓN DE ENERGÍA.....	376
5.9.1	Energía Cinética.....	376
5.9.2	Potencia Mecánica. Potencia Tensional.....	377
5.9.3	Teorema de las Fuerzas Vivas	380
5.9.4	Energía Interna	382
5.9.5	Potencia Calorífica.....	383
5.9.6	Primer Principio de la Termodinámica. Ecuación de Energía	384
5.9.6.1	Ecuación de Energía en la Descripción Material.....	385
5.9.7	Ecuación de Energía para Volumen con Discontinuidades	387
5.10	PRINCIPIO DE LA IRREVERSIBILIDAD. DESIGUALDAD DE ENTROPÍA.....	389
5.10.1	Consideraciones Termodinámicas	389
5.10.2	Segundo Principio de la Termodinámica.....	389
5.10.3	Desigualdad de Clausius-Duhem	391
5.10.4	Desigualdad de Clausius-Planck.....	392
5.10.5	Forma Alternativa de la Desigualdad de Clausius-Duhem	393
5.10.6	Forma Alternativa de la Desigualdad de Clausius-Planck.....	394
5.10.7	Procesos Reversibles.....	395
5.10.8	Desigualdad de Entropía para Volumen con Discontinuidad	395
5.11	ECUACIONES FUNDAMENTALES DE LA MECÁNICA DEL MEDIO CONTINUO	398
5.11.1	Casos Particulares.....	399
5.11.1.1	Movimiento de Sólido Rígido.....	399
5.11.1.2	Problemas de Flujo	400
5.12	PROBLEMAS DE FLUJO.....	401
5.12.1	Transferencia de Calor.....	401
5.12.1.1	Conducción Térmica.....	401
5.12.1.2	Convección Térmica	402
5.12.1.3	Radiación	403
5.12.1.4	Ecuación de Flujo de Calor	403
5.12.2	Flujo de Fluido en Medio Poroso (filtración)	407
5.12.3	Ecuación Convección-Difusión.....	408
5.12.4	Generalización del Problema de Flujo.....	411
5.13	PROBLEMA DE VALOR DE CONTORNO INICIAL (PVC) Y LA MECÁNICA COMPUTACIONAL	411
6	INTRODUCCIÓN A LAS ECUACIONES CONSTITUTIVAS	415
6.1	INTRODUCCIÓN	415
6.2	PRINCIPIOS CONSTITUTIVOS.....	417
6.2.1	El Principio del Determinismo.....	418
6.2.2	El Principio de la Acción Local.....	418
6.2.3	El Principio de la Equipresencia	418
6.2.4	El Principio de la Objetividad	418
6.2.5	El Principio de la Disipación	418
6.3	CARACTERIZACIÓN DE LAS ECUACIONES CONSTITUTIVAS PARA UN MATERIAL SIMPLE.....	419
6.4	CARACTERIZACIÓN DE LAS ECUACIONES CONSTITUTIVAS PARA UN MATERIAL TERMOVISCOELÁSTICO	426
6.4.1	Ecuaciones Constitutivas con Variables Internas.....	430
6.5	EVIDENCIAS EXPERIMENTALES	435
6.5.1	Comportamiento de los Sólidos.....	435

6.5.1.1 Efecto de la Temperatura	437
6.5.1.2 Ensayos y Propiedades Mecánicas del Material	437
6.5.2 Comportamiento de los Fluidos	447
6.5.2.1 Viscosidad	447
6.5.3 Materiales Viscoelásticos	448
6.5.4 Modelos Reológicos	449
7 ELASTICIDAD LINEAL.....	453
7.1 INTRODUCCIÓN	453
7.2 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA ELÁSTICO LINEAL	454
7.2.1 Ecuaciones de Gobierno	454
7.2.2 Condiciones de Contorno e Iniciales.....	455
7.3 LEY DE HOOKE GENERALIZADA.....	455
7.3.1 Ley de Hooke Generalizada en la Notación de Voigt	456
7.3.2 Ley de Transformación para la Ley de Hooke Generalizada.....	457
7.3.2.1 Matriz de Transformación de los Tensores de Tensión y de Deformación.....	458
7.3.2.2 Matriz de Transformación del Tensor de Propiedades Elásticas	459
7.4 TENSOR CONSTITUTIVO ELÁSTICO	460
7.4.1 Anisotropía e Isotropía	460
7.4.2 Tipos de Simetría del Tensor Constitutivo Elástico.....	461
7.4.2.1 Simetría Triclínica	461
7.4.2.2 Simetría Monoclínica (Un Plano de Simetría)	461
7.4.2.3 Simetría Ortótropa (Dos Planos de Simetría)	462
7.4.2.4 Simetría Tetragonal.....	463
7.4.2.5 Simetría Transversalmente Ortótropa (Simetría Hexagonal).....	465
7.4.2.6 Simetría Cúbica.....	467
7.4.2.7 Simetría en Todas Direcciones (Isotropía)	468
7.5 MATERIAL ISÓTROPO.....	470
7.5.1 Ley Constitutiva	470
7.5.2 Determinación de las Constantes Elásticas	472
7.5.2.1 Módulo de Elasticidad Longitudinal. Coeficiente de Poisson.....	472
7.5.2.2 Módulo de Elasticidad Transversal. Módulo de Deformación Volumétrica. ...	474
7.5.3 Tensor Acústico Elástico.....	477
7.6 ENERGÍA DE DEFORMACIÓN.....	479
7.6.1 Descomposición de la Energía de Deformación	481
7.7 LEY CONSTITUTIVA PARA MATERIAL ORTÓTROPO	485
7.8 MATERIAL TRANSVERSALMENTE ORTOGONAL.....	485
7.9 TEOREMA DE LA SUPERPOSICIÓN. PRINCIPIO DE SAINT-VENANT.....	487
7.10 DEFORMACIÓN Y TENSIÓN INICIALES	488
7.10.1 Deformación Térmica.....	488
7.11 ECUACIONES DE NAVIER.....	490
7.12 ELASTICIDAD BIDIMENSIONAL	492
7.12.1 Estado de Tensión Plana	492
7.12.1.1 Deformación Inicial.....	494
7.12.2 Estado de Deformación Plana.....	494
7.12.2.1 Deformación Térmica.....	497
7.12.3 Sólidos de Revolución.....	499
7.13 APLICACIONES DE LA ELASTICIDAD LINEAL A ELEMENTOS ESTRUCTURALES	502
7.13.1 Elementos Estructurales Unidimensionales	502
7.13.1.1 Esfuerzo Normal y Momento Flector.....	503
7.13.1.2 Esfuerzo Cortante y Momento Torsor	505
7.13.1.3 Energía de Deformación	506
7.13.2 Placas a Flexión.....	507
7.13.2.1 Hipótesis y Relaciones Básicas de la Teoría de Kirchhoff.....	507
7.13.2.2 Campo de Desplazamientos.....	507
7.13.2.3 Campo de Deformación	509

7.13.2.4 Campo de Tensión	509
7.13.2.5 Esfuerzos de Placas.....	510
7.13.2.6 Ecuación Diferencial de Placas	511
7.13.2.7 Esfuerzo Cortante Equivalente.....	513
7.13.2.8 Condición de Contorno	514
7.13.2.9 Esfuerzos según un Sistema Genérico de Coordenadas.....	515
7.13.2.10 Ecuaciones de Placas en Coordenadas Polares	518
7.13.3 Torsión de Saint-Venant	522
BIBLIOGRAFÍA	525
ÍNDICE TEMÁTICO	533